

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

**Suites
arithmético-géométriques**



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LES ARBRES DÉTRUITS ...

CORRECTION

1. Justifions que, pour tout entier naturel n , $U_{n+1} = 0,996 U_n + 7,2$:

- D'après l'énoncé, en 2015, les forêts couvraient environ 4000 millions d'hectares sur terre.

D'où: $U_0 = 4000$ millions d'hectares.

- De plus, chaque année, cette surface diminue de 0,4% et est en partie compensée d'un reboisement de 7,2 millions d'hectares.

Soient: • U_{n+1} , une estimation de la surface mondiale de forêt (en millions d'hectares) l'année $(2015 + (n+1))$,

- U_n , une estimation de la surface mondiale de forêt (en millions d'hectares) l'année (n) .

Pour tout entier n , une estimation de la surface mondiale de forêt U_{n+1} est égal à l'estimation U_n diminuée de 0,4% et augmentée de 7,2 millions d'hectares.

Donc pour tout entier naturel n :

$$U_{n+1} = U_n - 0,4\% U_n + 7,2 \iff U_{n+1} = 0,996 U_n + 7,2.$$

2. Recopions et complétons l'algorithme:

La partie **TRAITEMENT** complétée est la suivante:

Traitement:

Tant que $U \geq 3500$ faire:

$$\left| \begin{array}{l} U \text{ prend la valeur } 0,996 \times U + 7,2 \\ N \text{ prend la valeur } N + 1 \end{array} \right.$$

Fin Tant que

3. a. Montrons que (V_n) est une suite géométrique et déterminons V_0 et q :

$$V_n = U_n - 1800 \Leftrightarrow V_{n+1} = U_{n+1} - 1800$$

$$\Leftrightarrow V_{n+1} = (0,996 U_n + 7,2) - 1800 \quad (1).$$

Or: $V_0 = U_0 - 1800 \Rightarrow V_0 = 2200$ et $U_n = V_n + 1800$.

Ainsi: $(1) \Leftrightarrow V_{n+1} = (0,996 [V_n + 1800] + 7,2) - 1800$

$$\Rightarrow V_{n+1} = 0,996 V_n.$$

Par conséquent, (V_n) est bien une suite géométrique de raison $q = 0,996$ et de premier terme $V_0 = 2200$.

3. b. Déduisons-en que, pour tout entier naturel n , $U_n = 2200 \times 0,996^n + 1800$:

Nous savons que: * $V_n = 2200 \times (0,996)^n$ (d'après le cours)

* $U_n = V_n + 1800$.

D'où: $U_n = 2200 \times (0,996)^n + 1800$.

3. c. La surface des forêts sur terre va-t-elle disparaître ?

Pour répondre à cette question, nous devons calculer: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 2200 \times (0,996)^n + 1800$$

$$= 1800 \quad \text{car: } \lim_{n \rightarrow +\infty} (0,996)^n = 0, \quad \text{car: } 0,996 \in]0,1[.$$

La suite (U_n) est donc convergente et converge vers 1800 millions d'hectares.

Cela signifie qu'au bout de n années (" n " très grand), il restera toujours 1800 millions d'hectares de forêts sur terre.

Donc non, la surface des forêts sur terre ne disparaîtra pas.

4. L'ONU peut-elle réussir à replanter 140 millions d'arbres de 2016 à 2025 ?

Soit N , le nombre total d'arbres plantés entre 2016 et 2025.

$$N = 7,3 + 7,3 \times (1 + 10\%) + 7,3 (1 + 10\%)^2 + \dots + 7,3 (1 + 10\%)^9.$$

$$\text{Donc: } N = 7,3 (1 + 1 + (1,1)^2 + \dots + (1,1)^9)$$

$$\text{cad: } N = 7,3 \times \left[\frac{1 - (1,1)^{10}}{1 - 1,1} \right] \text{ (formule de cours).}$$

$$\text{Dans ces conditions: } N = 7,3 \times [10 \times (1,1)^{10} - 10]$$

$$\Rightarrow N = 116,343 \text{ millions d'arbres replantés de 2016 à 2025.}$$

Au total: comme $116,343 < 140$, l'ONU ne réussira pas à replanter 140 millions d'arbres de 2016 à 2025.