T^{LE}
Technologique
Mathématiques

Bernoulli & binomiale

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LES GUIRLANDES

CORRECTION

1. a. Montrons que $P(I) = 0,3$:

Nous devons calculer: $P(I)$.

Or, l'événement $I = (I \cap A) \cup (I \cap B)$.

D'où: $P(I) = P(I \cap A) + P(I \cap B)$

$$= P_A(I) \times P(A) + P_B(I) \times P(B).$$

Ainsi: $P(I) = \frac{1}{4} \times 40\% + \frac{1}{3} \times 60\% \Rightarrow P(I) = 30\%$.

Au total, nous avons bien: $P(I) = 0,3$.

1. b. Le responsable a-t-il raison ?

Pour répondre à cette question, nous allons calculer $P_{\overline{I}}(A)$ et comparer la réponse obtenue à $\frac{1}{2}$ car: " autant de chance qu'elle provienne du fournisseur A que du fournisseur B " $= 50\% = \frac{1}{2}$.

$$P_{\overline{I}}(A) = \frac{P(\overline{I} \cap A)}{P(\overline{I})}$$

$$= \frac{P_A(\bar{I}) - P(A)}{P(\bar{I})}.$$

Ainsi: $P_{\bar{I}}(A) = \dfrac{\frac{3}{4} \times 40\%}{1 - P(I)}$

$$= \frac{\frac{3}{4} \times 40\%}{0,7} \Rightarrow P_{\bar{I}}(A) = \frac{3}{7}.$$

Au total: comme $\frac{3}{7} \neq \frac{1}{2}$, le responsable a tort.

2. Calculons le prix moyen d'une guirlande prélevée au hasard dans le stock:

- La probabilité d'être en présence d'une guirlande uniquement d'intérieur est:

$$P(I) = 30\%.$$

- La probabilité d'être en présence d'une guirlande d'intérieur et d'extérieur est:

$$P(\bar{I}) = 70\%.$$

- Le prix d'une guirlande uniquement d'intérieur est de: 3 €.
- Le prix d'une guirlande d'intérieur et d'extérieur est de: 5 €.

Dans ces conditions, le prix moyen d'une guirlande est de:

$$\text{Prix}_{\text{Moyen}} = 3 \times 30\% + 5 \times 70\% \Rightarrow \text{Prix}_{\text{Moyen}} = 4,40 \text{ €}.$$

Au total, le prix moyen d'une guirlande prélevée au hasard dans les stocks est de: 4, 40 euros.

3. **Calculons la probabilité qu'au moins une guirlande soit défectueuse:**

Soit l'expérience aléatoire consistant à **prélever au hasard 50 guirlandes dans le stock**: le stock est suffisamment grand pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise.

Soient les événements **D** = " la guirlande est défectueuse ", et $\overline{D}$ = " la guirlande n'est pas défectueuse ".

On désigne par **X** la variable aléatoire égale au nombre de guirlandes défectueuses parmi les 50 guirlandes tirées au hasard.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 50 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: **D** et $\overline{D}$.

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de **D** suit donc **une loi binomiale** de paramètres: $n = 50$ **et** $p = 2\%$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B\,(50\,;\,2\%)$.

Il s'agit de calculer ici: $P\,(X \geqslant 1)$, avec $X \rightsquigarrow B\,(50\,;\,2\%)$.

Or: $P\,(X \geqslant 1) = 1 - P\,(X < 1)$

$$= 1 - P\,(X = 0)$$

$$= 1 - \binom{50}{0} (2\%)^0 \,(1 - 2\%)^{50}$$

$$= 1 - (98\%)^{50}$$

=> $P\,(X \geqslant 1) \approx 63{,}58\%$ **ou**: $P\,(X \geqslant 1) \approx 63{,}6\%$ (**calculatrice**).

Au total, la probabilité qu'au moins une guirlande soit défectueuse est d'environ: 63, 6%.