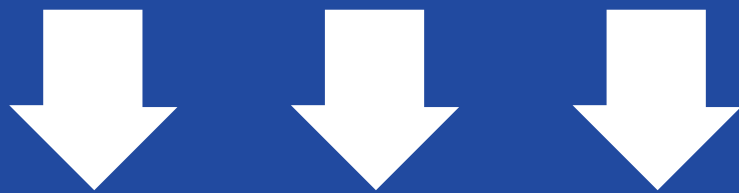


www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

Bernoulli & binomiale



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LA MALADIE ET LES FRUITS

CORRECTION

1. a. Calculons la probabilité que le fruit prélevé soit traité et abîmé:

Cela revient à calculer: $P(T \cap A)$.

$$P(T \cap A) = P_T(A) \times P(T).$$

$$\text{Ainsi: } P(T \cap A) = 12\% \times 25\% \Rightarrow P(T \cap A) = 3\%.$$

Au total, il y a 3% de chance pour que le fruit prélevé soit traité et abîmé.

1. b. Montrons que $P(A) = 0,255$:

L'événement $A = (A \cap T) \cup (A \cap \bar{T})$.

$$\begin{aligned} \text{D'où: } P(A) &= P(A \cap T) + P(A \cap \bar{T}) \\ &= P(T \cap A) + P_{\bar{T}}(A) \times P(\bar{T}). \end{aligned}$$

$$\text{Ainsi: } P(A) = 3\% + 30\% \times 75\%$$

$$\Rightarrow P(A) = 25,5\%.$$

Au total, il y a 25,5% de chance pour que le fruit soit abîmé.

2. Peut-on affirmer que $P_A(T) = 25\%$?

$$P_A(T) = \frac{P(A \cap T)}{P(A)} \Rightarrow P_A(T) = \frac{P(T \cap A)}{P(A)}$$

$$\text{Ainsi: } P_A(T) = \frac{3\%}{25,5\%} \Rightarrow P_A(T) = 12\%$$

Comme $12\% \neq 25\%$, la réponse est: **NON**.

3. Calculons la probabilité qu'au plus un fruit soit abîmé:

Soit l'expérience aléatoire consistant à prélever au hasard un lot de 5 fruits dans le champ.

Soient les événements A = " le fruit est abîmé ", et \bar{A} = " le fruit n'est pas abîmé ".

On désigne par X le nombre de fois où l'événement A s'est réalisé au cours des 5 épreuves.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 5 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: A et \bar{A} .

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de A suit donc **une loi binomiale** de paramètres: $n = 5$ et $p = 25,5\%$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B(5; 25,5\%)$.

Ici, nous devons calculer: $P(X \leq 1)$, avec $X \rightsquigarrow B(5; 25,5\%)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k , $0 \leq k \leq n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

D'où ici: $P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1)$

$$= \binom{5}{0} (25,5\%)^0 (1 - 25,5\%)^5 + \binom{5}{1} (25,5\%)^1 (1 - 25,5\%)^4$$

$$\Rightarrow P(X \leq 1) \approx 0,622 \quad (\text{calculatrice}).$$

Au total, il y a environ 62,2% de chance pour que: "au plus un fruit soit abîmé, sur 5 fruits prélevés".

4. a. Calculons $E(X)$:

D'après le cours: $E(X) = n \cdot p$.

Donc ici nous avons: $E(X) = 5 \times 0,255$

$$= 1,275 \text{ fruits.}$$

4. b. Déduisons-en $V(X)$:

D'après le cours: $V(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$.

Donc ici nous avons: $V(X) = 5 \times 0,255 \times 0,745$

$$\approx 0,949.$$