

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

Bernoulli & binomiale



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LA GRIPPETTE ...

CORRECTION

1. Déterminons la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X :

Soit l'expérience aléatoire consistant à interroger au hasard n habitants de la ville: n tirages successifs indépendants et avec remise.

Soient les événements V = " l'habitant est vacciné ", et \bar{V} = " l'habitant n'est pas vacciné ".

On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de personnes vaccinées parmi les n interrogées.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de n épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: V et \bar{V} .

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de V suit donc **une loi binomiale** de paramètres: n et $p = 40\%$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B(n, 40\%)$.

2. a. Déterminons la probabilité qu'exactement 15 des 40 personnes interrogées soient vaccinées:

Il s'agit de calculer ici: $P(X = 15)$, avec $X \sim B(40; 40\%)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k , $0 \leq k \leq n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! (n-k)!}$$

$$\text{D'où ici: } P(X = 15) = \binom{40}{15} (40\%)^{15} (1 - 40\%)^{25}$$

$$\Rightarrow P(X = 15) \approx 12,3\% \quad (\text{calculatrice}).$$

Au total, la probabilité qu'exactly 15 des 40 personnes interrogées soient vaccinées est d'environ: **12,3%**.

2. b. Déterminons la probabilité qu'au moins la moitié des personnes interrogées soient vaccinées:

Il s'agit de calculer ici: $P(X \geq 20)$.

$$P(X \geq 20) = 1 - P(X \leq 19)$$

$$\Rightarrow P(X \geq 20) \approx 13\% \quad (\text{calculatrice}).$$

Au total, la probabilité qu'au moins la moitié des personnes interrogées soient vaccinées est d'environ: **13%**.

3. Calculons l'écart type de X :

D'après le cours: $V(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$.

Donc ici nous avons: $V(X) = 40 \times 0,4 \times 0,6$
 $= 9,6.$

Dans ces conditions, l'écart type de X est:

$$\sqrt{V(X)} \approx 3,099 \text{ habitants vaccinés.}$$