

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

Bernoulli & binomiale



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

À DROITE OU À GAUCHE ?

CORRECTION

1. Déterminons la probabilité que le lance-balle envoie 10 balles à droite:

Soit l'expérience aléatoire consistant à envoyer une série de 20 balles.

Soient les événements A = " la balle est envoyée à droite ", et \bar{A} = " la balle est envoyée à gauche ".

On désigne par X le nombre de fois où l'événement A s'est réalisé au cours des 20 épreuves.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 20 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: A et \bar{A} .

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de A suit donc **une loi binomiale** de paramètres: **$n=20$ et $p=0,5$.**

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B(20; 0,5)$.

Ici, nous devons calculer: $P(X=10)$, avec $X \rightsquigarrow B(20; 0,5)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k , $0 \leq k \leq n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

$$\text{D'où ici: } P(X = 10) = \binom{20}{10} (0,5)^{10} (0,5)^{10}$$

$$\Rightarrow P(X = 10) \approx 17,6\% \text{ (calculatrice).}$$

Au total, il y a environ 17,6% de chance pour que le lance-balle envoie 10 balles à droite.

2. Déterminons la probabilité que le lance-balle envoie entre 5 et 10 balles à droite:

Il s'agit de calculer: $P(5 \leq X \leq 10)$.

$$P(5 \leq X \leq 10) = P(X \leq 10) - P(X \leq 4).$$

$$\Rightarrow P(5 \leq X \leq 10) \approx 58,2\% \text{ (calculatrice).}$$

Au total, il y a environ 58,2% de chance pour que le lance-balle envoie entre 5 et 10 balles à droite.

3. Calculons $E(X)$:

D'après le cours: $E(X) = n \cdot p$.

Donc ici nous avons: $E(X) = 20 \times 0,5$

= 10 balles envoyées à droite.

4. Déduisons-en $V(X)$:

D'après le cours: $V(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$.

Donc ici nous avons: $V(X) = 20 \times 0,5 \times 0,5$
 $= 5.$