

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Combinatoire & Dénombrement



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

Calcul du nombre de k-uplets

D'après le cours, le nombre de k-uplets d'éléments distincts d'un ensemble E à n éléments est:

$$n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

1. Déterminons le nombre de mots comportant 3 lettres:

Dans cette question, nous acceptons la répétition de lettres.

Donc pour chacune des 3 lettres d'un mot, 26 lettres sont possibles.

Ainsi, nous avons: $26 \times 26 \times 26 = 17\,576$ possibilités.

Au total, le nombre de mots de 3 lettres qui peuvent être formés est de: **17 576**.

2. Déterminons le nombre de mots comportant 3 lettres distinctes:

Dans cette question, nous n'acceptons pas la répétition de lettres car elles doivent être distinctes.

Nous devons donc considérer le nombre de 3-uplets parmi 26 lettres.

Le nombre de 3-uplets parmi 26 lettres est égal à:

$$26 \times 25 \times 24 = 15\,600 \text{ possibilités.}$$

Au total, le nombre de mots de 3 lettres distinctes qui peuvent être formés est de: **15 600**.

3. Déterminons le nombre de palindromes comportant 3 lettres:

Dans cette question, en choisissant la lettre en position 1 nous fixons la lettre en position 3. Il ne reste donc plus qu'à choisir une lettre parmi les 26 pour la lettre en position 2.

Ainsi, nous avons: $26 \times 26 = 676$ possibilités.

Au total, le nombre de palindromes comportant 3 lettres est de: **676**.

4. Déterminons le nombre de mots de 3 lettres contenant exactement 2 lettres distinctes:

Dans cette question nous avons trois cas à considérer:

- les mots de la forme A A B
- les mots de la forme A B A
- les mots de la forme B B A.

Dans chacun des cas, nous avons 26 possibilités pour la lettre qui sera répétée, puis plus que 25 possibilités pour la lettre restante (afin de respecter la condition des deux lettres distinctes).

Ainsi, nous avons: $3 \times 26 \times 25 = 1950$ possibilités.

Au total, le nombre de mots de 3 lettres contenant exactement 2 lettres distinctes est égal à: 1950.