www.freemaths.fr

Maths Expertes
Terminale

Graphes, Matrices, Suites

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

UNE COMPAGNIE AÉRIENNE

CORRECTION

Partie A:

1. a. Déterminons, en justifiant, si le graphe est complet:

D'après le cours, nous savons que:

- Deux sommets sont dits adjacents s'ils sont reliés par une arête.
- Un graphe dont les sommets sont 2 à 2 adjacents est aussi appelé graphe complet.

Ici, le graphe n'est pas complet car, par exemple, les sommets D et H ne sont pas adjacents.

Au total: le graphe n'est pas complet.

1. b. Déterminons, en justifiant, si le graphe est connexe:

Ici, le graphe est connexe car il existe une chaîne entre deux sommets quelconques de ce graphe.

En effet, deux sommets quelconques de ce graphe peuvent, par exemple, être reliés par une chaîne extraite de la chaîne: A - B - C - D - E - H - G - F.

Au total: le graphe est donc connexe.

2. Déterminons, en justifiant, si le graphe admet une chaîne eulérienne:

D'après le cours:

G étant un graphe connexe, les deux propriétés suivantes sont équivalentes:

- Deux sommets (et deux seulement) X et Y de G sont de degré impair.
- G admet une chaîne eulérienne d'extrémités X et Y.

Ici, le tableau des sommets degrés est le suivant:

Sommets	A	B	C	D	E	F	G	H
Degrés	3	4	3	4	3	2	3	2

Il y a donc 4 sommets A, C, E et G de degré impair.

Par conséquent: le graphe n'admet pas de chaîne eulérienne.

Au total: le graphe n'admet pas une chaîne eulérienne.

3. Donnons la matrice d'adjacence du graphe:

La matrice associée au graphe probabiliste ou matrice de transition M est:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. a. **Déterminons le nombre minimal de vols qu'il doit prendre pour aller de B à H:**

Pour répondre à cette question, nous allons regarder le chiffre indiqué sur la 2e ligne (B), 8e colonne (H), et ce, pour les matrices M, M^2 et M^3.

Pour M: le chiffre est: 0.

Pour M²: le chiffre est: 0.

Pour M³: le chiffre est: 4.

Donc au total: il faut 3 (**M³**) vols minimum pour aller de l'aéroport B à l'aéroport H. Et il y a 4 possibilités.

4. b. **Donnons tous les trajets possibles**:

Les 4 possibilités sont:

- B - C - G - H
- B - A - E - H
- B - D - E - H
- B - F - G - H.

Partie B:

En utilisant l'algorithme de Dijkstra, déterminons le trajet le moins cher pour aller de A à G:

Après recours à l'algorithme de Dijkstra, nous trouvons comme trajet le moins cher pour aller de l'aéroport A à l'aéroport G:

le trajet A - E - D - C - G.

Et ce dernier coûtera: $45 + 40 + 60 + 50 = 195$ €.

Au total, le trajet le moins cher pour aller de A à G est:

A - E - D - C - G, et il en coûtera 195 € au voyageur.