

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Suites Numériques



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CONVERGENTE OU DIVERGENTE ?

CORRECTION

Déterminons si les suites (U_n) sont convergentes ou divergentes:

- Une suite (U_n) est convergente et converge vers " P " ssi: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = P$.

(" P " étant un nombre fini qui doit être unique)

- Une suite (U_n) est divergente ssi: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$ ou $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = -\infty$.

Ici:

$$a. \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 3 \times 0,4^n.$$

$$\text{Or: } \lim_{n \rightarrow +\infty} 0,4^n = 0 \text{ car } 0,4 \in]0; 1[.$$

$$\text{D'où: } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0.$$

Ainsi: la suite (U_n) est convergente et converge vers " 0 ".

$$b. \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 150 \times 0,7^n.$$

Or: $\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,7^n = 0$ car $0,7 \in]0; 1[$.

D'où: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$.

Ainsi: la suite (U_n) est convergente et converge vers "0".

c. $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 300 \times 2^n$.

Or: $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n = +\infty$ car $2 > 1$.

D'où: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$.

Ainsi: la suite (U_n) est divergente.

d. $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 4(-1)^n$.

Distinguons 2 cas: • si n est pair: $(-1)^n = 1$,
• si n est impair: $(-1)^n = -1$.

D'où: • si n est pair: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 4$,

• si n est impair: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = -4$.

Ainsi: la suite (U_n) n'est pas convergente car elle admet deux limites différentes en $+\infty$. Elle est donc divergente.

$$e. \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}.$$

$$\text{Or: } \frac{(-1)^n}{n^2} = (-1)^n \times \frac{1}{n^2}.$$

$$\text{Et: } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2} = 0.$$

$$\text{D'où: } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0.$$

Ainsi: la suite (U_n) est convergente et converge vers "0".

$$f. \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 2 + \frac{5(-1)^n}{n}.$$

$$\text{Or: } \frac{5(-1)^n}{n} = 5(-1)^n \times \frac{1}{n}.$$

$$\text{Et: } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0.$$

$$\text{D'où: } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0.$$

Ainsi: la suite (U_n) est convergente et converge vers "0".

$$g. \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 12 - (3)^n.$$

$$\text{Or: } \lim_{n \rightarrow +\infty} -(3)^n = -\infty.$$

D'où: $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = -\infty$.

Ainsi: la suite (U_n) est divergente.