

www.freemaths.fr

Maths Complémentaires Terminale

Bernoulli & binomiale



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

SKI NAUTIQUE

CORRECTION

1. Calculons la probabilité pour que le responsable se trouve dans une situation embarrassante:

Le responsable du ski nautique se trouve dans une situation embarrassante à partir du moment où plus de 34 personnes se présentent: 35 ou 36 ou 37 personnes.

Soit l'expérience aléatoire consistant à prendre 37 réservations.

La probabilité pour qu'une personne ayant réservé ne vienne pas est de 30%.

Soient les événements V = " la personne ayant réservé vient au ski nautique ", et \bar{V} = " la personne ayant réservé ne vient pas au ski nautique ".

On désigne par X la variable aléatoire qui compte le nombre de personnes effectivement présentes parmi les 37 ayant réservé.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 37 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: V et \bar{V} .

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de V suit donc une loi binomiale de paramètres: $n = 37$ et $p = 70\%$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B(37; 70\%)$.

- Dans ces conditions, il s'agit de calculer ici: $P(X \geq 35)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k , $0 \leq k \leq n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Or ici: $n = 37$ et $p = 70\%$.

D'où: $P(X \geq 35) = P(X = 35) + P(X = 36) + P(X = 37)$

$$\begin{aligned} &= \binom{37}{35} (70\%)^{35} \cdot (30\%)^{(37-35)} \\ &\quad + \binom{37}{36} (70\%)^{36} \cdot (30\%)^{(37-36)} \\ &\quad + \binom{37}{37} (70\%)^{37} \cdot (30\%)^{(37-37)} \\ &= \left(\frac{37 \times 36}{2} \right) \times (70\%)^{35} \cdot (30\%)^2 + 37 \times (70\%)^{36} \cdot (30\%) \\ &\quad + 1 \times (70\%)^{37} \end{aligned}$$

$\approx 0,00026$, à l'aide d'une machine à calculer.

Ainsi, la probabilité pour que le responsable se trouve dans une situation embarrassante est d'environ: $0,00026$.

2. Déterminons $E(X)$ et $V(X)$:

D'après le cours: • $E(X) = n \cdot p$

$$\bullet V(X) = n \cdot p \cdot (1 - p).$$

Donc ici nous avons: • $E(X) = 37 \times 70\%$

$= 25,9$ personnes présentes au ski nautique,

$$\bullet V(X) = 37 \times 70\% \times 30\%$$

$$= 7,77.$$