Maths Complémentaires Terminale

Bernoulli & binomiale

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LE RECRUTEMENT

CORRECTION

Freemaths : Tous droits réservés

1. Justifions que X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,38$:

Soit l'expérience aléatoire consistant à **donner le nombre de personnes recrutées parmi 10 personnes**.

Soient les événements R = " le candidat est recruté par l'entreprise ", et $\overline{R}$ = " le candidat n'est pas recruté par l'entreprise ".

On désigne par **X** le nombre de fois où l'événement R s'est réalisé au cours des 10 épreuves.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 10 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: R et $\overline{R}$.

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de R suit donc **une loi binomiale** de paramètres: $n = 10$ **et** $p = P(R) = 38\%$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B(10 ; 38\%)$.

2. Calculons la probabilité qu'au moins une des dix personnes soit recrutée:

Ici, nous devons calculer: $P(X \geq 1)$, avec $X \rightsquigarrow B(10 ; 38\%)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k, $0 \leq k \leq n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}.$$

D'où ici: $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$

$$= 1 - \binom{10}{0} (38\%)^0 (1 - 38\%)^{10}$$

$\Rightarrow$ $P(X \geq 1) \approx 0,992$ (calculatrice).

Au total, la probabilité qu'au moins une des dix personnes soit recrutée est d'environ: 99,2%.

3. a. Déterminons l'espérance de X:

D'après le cours: $E(X) = n \cdot p$.

Donc ici nous avons: $E(X) = 10 \times 0,38$

$= 3,8$ personnes recrutées.

3. b. Déduisons-en la variance et l'écart type de (X):

D'après le cours: $V(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$.

Donc ici nous avons: $V(X) = 10 \times 0,38 \times 0,62$

$= 2,356$.

Freemaths : Tous droits réservés

Dans ces conditions, l'écart type de X est:

$$\sqrt{V(X)} \approx 1,535 \text{ personne recrutée.}$$

Freemaths : Tous droits réservés