Maths Complémentaires Terminale

Bernoulli & binomiale

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

L'ENTREPRISE

CORRECTION

1. a. Justifions que $P(A) = 0,45$:

D'après l'énoncé, nous avons:

- A = " l'employé fait partie du service A ".
- B = " l'employé fait partie du service B ".
- C = " l'employé fait partie du service C ".
- T = " l'employé réside à moins de 30 minutes de l'entreprise ".
- $\overline{T}$ = " l'employé réside à plus de 30 minutes de l'entreprise ".

- $P(A) = 45\%$ $\left(\dfrac{450}{1000}\right)$
- $P(B) = 23\%$
- $P(C) = 32\%$.

- $P_A(T) = 40\%$
- $P_A(\overline{T}) = 1 - 40\% = 60\%$.

- $P_B(T) = 20\%$
- $P_B(\overline{T}) = 1 - 20\% = 80\%$.

- $P_C(T) = 80\%$
- $P_C(\overline{T}) = 1 - 80\% = 20\%$.

Dans ces conditions, calculons: $P(A)$.

L'effectif total de l'entreprise est de: $450 + 230 + 320 = 1000$ employés.

Or, il y a 450 employés dans le service A.

D'où: $P(A) = \frac{450}{1000}$ => $P(A) = 45\%$.

Au total, nous avons bien: $P(A) = 45\%$.

1\. b. Donnons $P_A(T)$:

$P_A(T)$ correspond au pourcentage d'employés du service A résidant à moins de 30 minutes de l'entreprise.

D'où: $P_A(T) = 40\%$.

2\. Déterminons la probabilité que l'employé choisi soit du service A et qu'il réside à moins de 30 minutes de son lieu de travail:

Cela revient à calculer: $P(A \cap T)$.

$P(A \cap T) = P_A(T) \times P(A)$.

Ainsi: $P(A \cap T) = 40\% \times 45\%$ => $P(A \cap T) = 18\%$.

Au total, la probabilité que l'employé choisi soit du service A et réside à moins de 30 minutes de son lieu de travail est de: 18%.

3\. Montrons que $P(T) = 0,482$:

Il s'agit de calculer: $P(T)$.

Or, l'événement $T = (T \cap A) \cup (T \cap B) \cup (T \cap C)$.

D'où: $P(A) = P(T \cap A) + P(T \cap B) + P(T \cap C)$

$= P_A(T) \times P(A) + P_B(T) \times P(B) + P_C(T) \times P(C)$.

Ainsi: $P(A) = 40\% \times 45\% + 20\% \times 23\% + 80\% \times 32\%$ => $P(T) = 48,2\%$.

Au total, nous avons bien: $P(T) = 0,482$.

4. Déterminons $P_{\overline{T}}(C)$:

$$P_{\overline{T}}(C) = \frac{P(\overline{T} \cap C)}{P(\overline{T})}$$

$$= \frac{P_C(\overline{T}) \times P(C)}{1 - P(T)}.$$

Ainsi: $P_{\overline{T}}(C) = \dfrac{20\% \times 32\%}{1 - 48,2\%}$ => $P_{\overline{T}}(C) \approx 12,4\%$.

Au total, la probabilité demandée est d'environ: $12,4\%$.

5. Déterminons la probabilité qu'exactement 2 d'entre eux résident à moins de 30 minutes de leur lieu de travail:

Soit l'expérience aléatoire consistant **à choisir successivement de manière indépendante 5 employés de l'entreprise**.

On considère que le nombre d'employés est suffisamment grand pour que ce tirage soit assimilé à un tirage avec remise.

Soient les événements T = " l'employé réside à moins de 30 minutes de l'entreprise ", et $\overline{T}$ = " l'employé réside à plus de 30 minutes de l'entreprise ".

On désigne par **X** la variable aléatoire égale au nombre d'employés résidants à moins de 30 minutes de leur lieu de travail parmi les 5 employés de l'entreprise tirés au hasard.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 5 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: T et $\overline{T}$.

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de T suit donc **une loi binomiale** de paramètres: $n = 5$ **et** $p = 48,2\%$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B\,(5\,;\,48,2\%)$.

Ici, il s'agit de calculer: **$P\,(X = 2)$,** avec $X \rightsquigarrow B\,(5\,;\,48,2\%)$.

$$P\,(X = 2) = \binom{5}{2}\,(48,2\%)^2\,(1 - 48,2\%)^3$$

$$\Rightarrow \quad P\,(X = 2) \approx 32,3\% \quad (\text{calculatrice}).$$

Au total, la probabilité qu'exactement 2 employés résident à moins de 30 minutes de leur lieu de travail est d'environ: 32,3%.