Maths Complémentaires Terminale

Bernoulli & binomiale

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

FAUT ÉCLAIRER

CORRECTION

1. Montrons que la probabilité de tirer une ampoule sans défaut est égale à environ 0, 9305:

Cela revient à montrer que: $P(\overline{D}) \approx 0,9305$.

L'événement $\overline{D} = (\overline{D} \cap A) \cup (\overline{D} \cap B)$.

D'où: $P(\overline{D}) = P(\overline{D} \cap A) + P(\overline{D} \cap B)$

$$= P_A(\overline{D}) \times P(A) + P_B(\overline{D}) \times P(B).$$

Ainsi: $P(\overline{D}) = 92\% \times 65\% + 95\% \times 35\%$

$$\Rightarrow P(\overline{D}) \approx 0,9305.$$

Au total, il y a environ 93, 05% de chance de tirer une ampoule sans défaut.

2. Calculons la probabilité que l'ampoule tirée sans défaut provienne de la machine A:

Cela revient à calculer: $P_{\overline{D}}(A)$.

$$P_{\overline{D}}(A) = \frac{P(\overline{D} \cap A)}{P(\overline{D})}$$

$$= \frac{P_A(\overline{D}) \times P(A)}{P(\overline{D})}.$$

Ainsi: $P_{\overline{D}}(A) = \frac{92\% \times 65\%}{93,05\%}$ => $P_{\overline{D}}(A) \approx 64,26\%$.

Au total, il y a environ 64, 26% de chance que l'ampoule tirée sans défaut provienne de la machine A.

3. **Calculons la probabilité d'obtenir au moins 9 ampoules sans défaut:**

Soit l'expérience aléatoire consistant à **prélever au hasard 10 ampoules dans la production d'une journée à la sortie de la machine A.**

Soient les événements **D** = " l'ampoule présente un défaut ", et $\overline{D}$ = " l'ampoule est sans défaut ".

On désigne par **X** le nombre d'ampoules sans défaut contenues dans ce lot de 10 ampoules.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 10 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: **D** et $\overline{D}$.

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de $\overline{D}$ suit donc **une loi binomiale** de paramètres: $n = 10$ et $p = 0,92$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B(10; 0,92)$.

Il s'agit de calculer ici: **$P(X \geqslant 9)$**, avec $X \rightsquigarrow B(10; 0,92)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k, $0 \leqslant k \leqslant n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}.$$

D'où ici: $P(X \geqslant 9) = P(X = 9) + P(X = 10)$

$$= \binom{10}{9}(0,92)^9(1 - 0,92)^1 + \binom{10}{10}(0,92)^{10}$$

$\Rightarrow$ $P(X \geqslant 9) \approx 0,8121$ (calculatrice).

Au total, il y a environ 81,21% de chance d'obtenir au moins 9 ampoules sans défaut.

3. Calculons E (X) et V (X):

- D'après le cours: $E(X) = n \cdot p$.

Donc ici nous avons: $E(X) = 10 \times 0,92$

$= 9,2$ ampoules sans défaut.

- D'après le cours: $V(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$.

Donc ici nous avons: $V(X) = 10 \times 0,92 \times 0,08$

$= 0,736$.