Corrigé

Exercice 4

freemaths.fr

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2016

MATHÉMATIQUES

Série S
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Durée de l'épreuve : 4 heures

Coefficient : 7

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1/6 à 6/6.

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées conformément
à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.
Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie.

Exercice 4 (5 points)

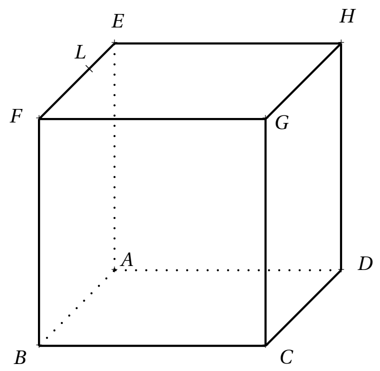
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Pour chacune des cinq propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse choisie.
Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

1. **Proposition 1** :
   Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé, les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = \sqrt{2} + 3\text{i}$, $z_B = 1 + \text{i}$ et $z_C = -4\text{i}$ ne sont pas alignés.

2. **Proposition 2** :
   Il n'existe pas d'entier naturel n non nul tel que $\left(\text{i}(1+\text{i})\right)^{2n}$ soit un réel strictement positif.

3. $ABCDEFGH$ est un cube de côté 1. Le point L est tel que $\overrightarrow{EL} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{EF}$.



   Proposition 3
   La section du cube par le plan (BDL) est un triangle.

   Proposition 4
   Le triangle DBL est rectangle en B.

4. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[2;5]$ et dont on connaît le tableau de variations donné ci-dessous.

x	2	3	4	5
Variations de f	3 ↘	0 ↗	1 ↗	2

   Proposition 5 :
   L'intégrale $\displaystyle\int_2^5 f(x)\,\text{d}x$ est comprise entre 1,5 et 6.

EXERCICE 4

[Polynésie 2016]

1. Proposition 1: " Les points A, B et C ne sont pas alignés ".

C'est vrai.

Justifions le.

D'après l'énoncé: $z_A = \sqrt{2} + 3i$, $z_B = 1 + i$ et $z_C = -4i$.

D'après le cours, les points A, B et C sont alignés ssi: $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \in \mathbb{R}$.

Ici: $$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{-4i - (\sqrt{2} + 3i)}{(1 + i) - (\sqrt{2} + 3i)}$$

$$= \frac{-\sqrt{2} - 7i}{(1 - \sqrt{2}) - 2i}$$

$$= \frac{(-\sqrt{2} - 7i)[(1 - \sqrt{2}) + 2i]}{(1 - \sqrt{2})^2 + 4}$$

$$\Rightarrow \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{(-\sqrt{2} + 16) + i(-7 + 5\sqrt{2})}{(1 - \sqrt{2})^2 + 4}.$$

Au total: $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \notin \mathbb{R}$, et donc les points A, B et C ne sont pas alignés.

2. Proposition 2: " Il n'existe pas d'entier naturel n non nul tel que $[i(1 + i)]^{2n}$ soit un réel strictement positif. "

C'est faux.

Justifions le.

Pour cela, il suffit de trouver un contre-exemple.

Prenons par exemple: $n = 8$.

Dans ces conditions: $[i\,(1 + i)]^{2n} = [i\,(1 + i)]^{16}$

$\Rightarrow$ $[i\,(1 + i)]^{2n} = 16$.

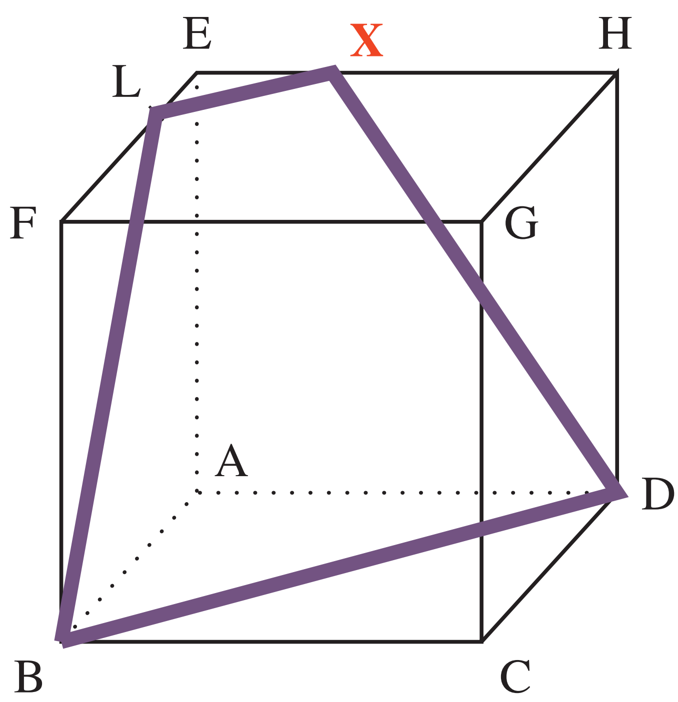
Au total: en prenant, par exemple, $n = 8$, $[i\,(1 + i)]^{2n}$ est un réel strictement positif égal à 16.

3. a. Proposition 3: " La section du cube par le plan (BDL) est un triangle ".

C'est faux.

Justifions le.

En effet, la section du cube par le plan (BDL) est un trapèze: le trapèze BLXD. Plus précisément, nous avons le graphique suivant:



Au total: la section du cube par le plan (BDL) est le trapèze BLXD.

3. b. Proposition 4: " Le triangle DBL est rectangle en B ".

C'est faux.

Justifions le.

Prenons par exemple comme repère, le repère orthonormale $(B ; \overrightarrow{BC} ; \overrightarrow{BA} ; \overrightarrow{BF})$.

Dans ce repère les coordonnées des points D, B et L sont respectivement:

- $D\,(1 ; 1 ; 0)$
- $B\,(0 ; 0 ; 0)$
- $L\,(0 ; \frac{2}{3} ; 1)$.

Le triangle DBL est rectangle en B ssi les vecteurs $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{BL}$ sont orthogonaux.

Or:
- $\overrightarrow{BD}\,(1 ; 1 ; 0)$
- $\overrightarrow{BL}\,(0 ; \frac{2}{3} ; 1)$.

De plus: $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BL} = (1 \times 0) + (1 \times \frac{2}{3}) + (0 \times 1)$

=> $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BL} = \frac{2}{3} \neq 0$.

Et donc: $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{BL}$ ne sont pas orthogonaux.

Au total: comme les vecteurs $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{BL}$ ne sont pas orthogonaux, le triangle DBL n'est pas rectangle en B.

4. **Proposition 5**: " L'intégrale est comprise entre 1,5 et 6 ".

C'est faux.

Justifions le.

En effet: il existe une multitude de fonctions " f " qui peuvent vérifier le tableau de variation donné **et** une intégrale $I = \int_2^5 f(x)\,dx$ pas comprise entre 1,5 et 6.