Corrigé

Exercice 1

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2016

MATHÉMATIQUES

Série ES

Durée de l'épreuve : 3 heures **Coefficient : 7 (ES)**

ES : ENSEIGNEMENT DE SPECIALITE

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées conformément à la réglementation en vigueur.

- *Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.*
- *Dans chaque exercice, à condition de l'indiquer clairement sur la copie, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes.*
- *Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.*
- *Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies.*

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5.

EXERCICE 1 (5 points) Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

1. On donne le tableau de variation d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-1\,;\,3]$:

Dans l'intervalle $[-1\,;\,3]$, l'équation $f(x) = 0$ admet :

a. exactement 3 solutions
b. exactement 2 solutions
c. exactement 1 solution
d. pas de solution

x	-1		1		2		3
variations de f	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$-0,5$

2. L'équation $\ln(2\,x) = 2$ admet une unique solution x_0 sur $\mathbf{R}$. On a :

a. $x_0 = 0$ **b.** $x_0 = \dfrac{e^2}{2}$ **c.** $x_0 = \dfrac{\ln 2}{2}$ **d.** $x_0 = 3{,}6945$

3. La suite (u_n) est la suite géométrique de premier terme $u_0 = 400$ et de raison $\dfrac{1}{2}$.
La somme $S = u_0 + u_1 + ... + u_{10}$ est égale à :

a. $2 \times (1 - 0{,}5^{10})$ **b.** $2 \times (1 - 0{,}5^{11})$ **c.** $800 \times (1 - 0{,}5^{10})$ **d.** $800 \times (1 - 0{,}5^{11})$

4. On considère l'algorithme ci-dessous :

Variables :	n est un nombre entier naturel
	U est un nombre réel
Traitement :	Affecter à n la valeur 0
	Affecter à U la valeur 50
	Tant que U < 120 faire
	U prend la valeur 1,2×U
	n prend la valeur n+1
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher n

En fin d'exécution, cet algorithme affiche la valeur :

a. 4 **b.** 124,416 **c.** 5 **d.** 96

5. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = 2 + 3\ln(x)$.
La tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1 a pour équation :

a. $y = \dfrac{3}{x}$ **b.** $y = 3\,x - 1$ **c.** $y = 3\,x$ **d.** $y = 3\,x + 2$

EXERCICE 1

[Antilles-Guyane 2016]

1. b. est la bonne réponse, avec b.: " exactement 2 solutions ".

Evident !

2. b. est la bonne réponse, avec b.: " $x_0 = \frac{e^2}{2}$ ".

En effet: $\ln(2x) = 2 \iff 2x = e^2 \implies x = \frac{e^2}{2}$.

3. d. est la bonne réponse, avec d.: " $800 \times (1 - 0{,}5^{11})$ ".

- D'après le cours: $1 + q + q^2 + \ldots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$.

- Or ici: $S = U_0 + U_1 + U_2 + \ldots + U_n \iff S = U_0 + q \cdot U_0 + q^2 \cdot U_0 + \ldots + q^n \cdot U_0$

$$\iff S = U_0 \times (1 + q + q^2 + \ldots + q^n)$$

$$\iff S = U_0 \times \frac{\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{11}\right]}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$\implies S = \frac{400 \times \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{11}\right]}{0{,}5}$$

ou encore: $S = 800 \times [1 - 0{,}5^{11}]$.

4. **c. est la bonne réponse, avec c. " $n = 5$ ".**

En effet, en faisant tourner l'algorithme on obtient le tableau suivant:

Valeur de U	50	60	72	86, 4	103, 68	124, 42
Valeur de n	0	1	2	3	4	5
Condition $U < 120$	Vraie	Vraie	Vraie	Vraie	Vraie	**Fausse**

5. **b. est la bonne réponse, avec b.: " $y = 3x - 1$ ".**

- Soit $y = ax + b$ (1), l'équation de la tangente.
- Nous savons que: $f'(x) = \frac{3}{x}$.
- De plus, la tangente passe par le point $A\,(1\,;f(1) = 2)$.
- D'où: • $f'(1) = 3 \Rightarrow a = 3$.

  • $(1) \Leftrightarrow 2 = 3 \times 1 + b$

  $\Rightarrow b = -1$.
- En conclusion: $y = 3x - 1$.