www.freemaths.fr

BACCALAURÉAT
MATHÉMATIQUES

SUJET 2

CORRIGÉ EXERCICE 3

MAYOTTE, RÉUNION
2022

Questionnaire à Choix Multiple

RÉPONSES B A C C B B C

1. Pour tout $x \in IR$, $g(x) = x^{1\,000} + x$ et on peut affirmer que...

D'après le cours: la fonction g est convexe sur I ssi $g''(x) \geqslant 0$, pour tout $x \in I$.

Ici:
- $g(x) = x^{1\,000} + x$
- $\mathcal{D}g = IR$.

La fonction g est deux fois dérivable sur IR comme fonction polynôme.

Nous pouvons donc calculer g' et g'' pour tout $x \in IR$.

Pour tout $x \in IR$:
- $g'(x) = 1\,000x^{999} + 1$
- $g''(x) = 1\,000 \times 999 \times x^{998}$.

Comme " 998 " est pair, $g''(x) \geqslant 0$ pour tout $x \in IR$.

Ainsi nous pouvons affirmer que: la fonction g est convexe sur IR.

2. La tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse " 0 " est parallèle à la droite d'équation...

Nous sommes en présence de la représentation graphique de la courbe de la dérivée f' de f sur IR.

Au vu du graphique, nous pouvons dire que: $f'(0) = 1$.

Et, nous savons que la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse " 0 " a pour équation: $y = f'(0) \times (x - 0) + f(0)$

cad: $y = x + f(0)$.

Nous pouvons donc affirmer que la tangente T est parallèle à la droite d'équation: $y = x$. (en supposant que: $f(0) = 0$)

3. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n = \dfrac{(-1)^n}{n+1}$ et on peut affirmer que la suite (U_n) est...

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, nous pouvons écrire: $-1 \leqslant (-1)^n \leqslant 1$

$$\Longleftrightarrow \frac{-1}{n+1} \leqslant \frac{(-1)^n}{n+1} \leqslant \frac{1}{n+1}$$

$$\Longleftrightarrow \frac{-1}{n+1} \leqslant U_n \leqslant \frac{1}{n+1}.$$

Or pour tout entier naturel n: • $-1 \leqslant \dfrac{-1}{n+1}$

• $\dfrac{1}{n+1} \leqslant 1$.

Donc $-1 \leqslant U_n \leqslant 1$, pour tout $n \in \mathbb{N}$ et par conséquent: la suite (U_n) est bornée.

4. Sachant que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $V_0 = k$ $(k \neq 0)$ et $V_n \times V_{n+1} < 0$, V_{10} est...

Pour répondre à cette question, nous allons envisager: $k > 0$ et $k < 0$.

$k > 0$ cad $V_0 > 0$	$k < 0$ cad $V_0 < 0$
$V_0 \times V_1 < 0$ + -	$V_0 \times V_1 < 0$ - +
$V_1 \times V_2 < 0$ - +	$V_1 \times V_2 < 0$ + -
$V_2 \times V_3 < 0$ + -	$V_2 \times V_3 < 0$ - +
$V_3 \times V_4 < 0$ - +	$V_3 \times V_4 < 0$ + -
$V_4 \times V_5 < 0$ + -	$V_4 \times V_5 < 0$ - +
$V_5 \times V_6 < 0$ - +	$V_5 \times V_6 < 0$ + -
$V_6 \times V_7 < 0$ + -	$V_6 \times V_7 < 0$ - +
$V_7 \times V_8 < 0$ - +	$V_7 \times V_8 < 0$ + -
$V_8 \times V_9 < 0$ + -	$V_8 \times V_9 < 0$ - +
$V_9 \times V_{10} < 0$ - +	$V_9 \times V_{10} < 0$ + -

Donc: • quand $k > 0$, $V_{10} > 0$

• quand $k < 0$, $V_{10} < 0$.

En conclusion, nous pouvons affirmer que: V_{10} est du signe de k.

5. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $W_{n+1} = 2W_n - 4$ avec $W_2 = 8$, on peut affirmer que...

Ici: • $W_{n+1} = 2W_n - 4$, pour tout $n \in \mathbb{N}$

• $W_2 = 8$.

D'où: $W_2 = 2W_1 - 4$

$= 2(2W_0 - 4) - 4$ $\quad (W_1 = 2W_0 - 4)$

$= 4W_0 - 12$.

Ainsi: $W_2 = 4W_0 - 12 \iff 8 = 4W_0 - 12$ cad $W_0 = 5$.

Dans ces conditions, nous pouvons affirmer que: $W_0 = 5$.

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $a_{n+1} = \left(\dfrac{e^n}{e^n + 1}\right) a_n$ avec $a_0 = 1$. On peut affirmer que...

Pour déterminer le sens de variations de la suite (a_n), nous allons étudier le signe de: $a_{n+1} - a_n$.

$$a_{n+1} - a_n = \left(\frac{e^n}{e^n + 1}\right) a_n - a_n$$

$$= \frac{e^n a_n - (e^n + 1) a_n}{(e^n + 1)}$$

$$= \frac{-a^n}{(e^n + 1)}.$$

Or, pour tout $n \in \mathbb{N}$: $a_n > 0$.

Donc pour tout $n \in \mathbb{N}$, $a_{n+1} - a_n < 0$ et par conséquent : la suite (a_n) est strictement décroissante.

7. Au bout de 4 heures, il y a environ 4 000 cellules, le temps de génération est donc environ égal à...

D'après l'énoncé, **le temps de génération** correspond au temps nécessaire pour qu'une cellule donnée se divise en deux cellules.

Soit la suite (U_n) dont le terme général U_n correspond au nombre de cellules à la n-ième génération.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, nous pouvons donc écrire : $U_n = (2)^n$.

Or, à l'aide d'une calculatrice, nous trouvons : $U_{12} = 4\,096$ cellules.

Dans ces conditions nous pouvons dire que : environ 4 000 cellules sont obtenues à la 12[e] génération et cela met 4 heures.

Le temps de génération est donc environ égal à :

$$\frac{4 \text{ heures} \times 60}{12} = 20 \text{ minutes.}$$