BREVET, DNB
CORRIGÉ

Mathématiques

MAYOTTE, RÉUNION
2024

Exercice n° 1 — La roulette du casino

20 points

Expérience aléatoire à une épreuve

Un exercice assez simple montrant une expérience aléatoire à une épreuve.

1. La roulette est constituée de tous les nombres entiers entre 0 et 36. Il y a donc 37 numéros sur cette roulette.
On compte bien à partir de 1. Quand on commence à 0 il faut penser à décaler d'un rang.
Ainsi, entre 0 et 2, il y a trois nombres entiers, 0, 1 et 2.

Il s'agit donc d'une expérience aléatoire à une épreuve constituée de 37 issues équiprobables.
Il n'y a qu'un seul numéro 7.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est de } \dfrac{1}{37}.}$

2. En observant les cases noires, il y a 18 cases noires portant les numéros : 15 — 4 — 2 — 17 — 6 — 13 — 11 — 8 — 10 — 24 — 33 — 20 —- 31 — 22 — 29 — 28 — 35 — 26.
Sur ces 18 numéros, 4 — 2 — 6 — 8 — 10 — 24 — 20 — 22 — 28 — 26 sont pairs, 10 numéros.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est de } \dfrac{10}{37} \approx 0,27 \text{ soit environ } 27\ \%.}$

3.a. Il y a 7 numéros inférieurs ou égaux à 6 : 0 — 1 — 2 — 3 — 4 — 5 — 6.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est de } \dfrac{7}{37} \approx 0,19 \text{ soit environ } 19\ \%.}$

3.b. Il y a deux manières de raisonner :

Liste exhaustive des issues

Comme il y a 37 issues équiprobables et 7 sont inférieures ou égales à 6. Il y a ainsi 30 issues supérieurs strictement à 6, c'est à dire 30 issues supérieures ou égales à 7.
La probabilité cherchée est donc de $\dfrac{30}{37} \approx 0,81$ soit 81 %.

Par l'événement contraire

Le contraire de l'événement « S'arrêter sur un numéro inférieur ou égal à 6 »est l'évenement « S'arrêter sur un numéro supérieur ou égal à 7 ».

Ainsi la probabilité de l'événement cherché est $1 - \dfrac{7}{37} = \dfrac{37}{37} - \dfrac{7}{37} = \dfrac{30}{37}$.

Qu'importe la méthode choisie, $\boxed{\text{la probabilité cherchée est de } \dfrac{30}{37}\text{ă} \approx 0,81 \text{ soit environ } 81\ \%.}$

3.c. Il faut comparer les fractions $\dfrac{3}{4}$ et $\dfrac{30}{37}$.

Méthode approchée

À la calculatrice, $\frac{3}{4} = 0,75$ soit 75 % et $\frac{30}{37} \approx 0,81$ soit environ 81 %.

Méthode par le calcul fractionnaire

$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 37}{4 \times 37} = \frac{111}{148}$ et $\frac{30}{37} = \frac{30 \times 4}{37 \times 4} = \frac{120}{148}$.

Il est vrai qu'il a plus de 3 chances sur 4 d'obtenir un numéro supérieur ou égal à 7. Il a raison.

Exercice n° 2 — Deux programmes de calcul *20 points*

Programme de calcul — Développer — Expression littérale

Encore un exercice sans grande difficulté, à part la dernière question.

1.a. En partant du nombre de départ 5 avec le **Programme A**, on obtient successivement :

5 — $5^2 = 25$ — $25 \times 2 = 50$ — $50 + 2 \times 5 = 50 + 10 = 60$ — $60 - 4 = 56$.

En partant de 5 avec le **Programme A**, on obtient bien 56.

1.b. En partant du nombre -9 avec le **Programme B**, on obtient successivement :

-9 — D'une part $-9 + 2 = -7$ et d'autre part $-9 - 1 = -10$ — $(-7) \times (-10) = 70$.

En partant de -9 avec le **Programme B**, on obtient 70.

2.a. Avec le **Programme B**, en partant du nombre générique x, on obtient successivement :

x — D'une part $x + 2$ et d'autre part $x - 1$ — $(x + 2) \times (x - 1)$.

L'expression cherchées est $E_2 = (x + 2) \times (x - 1)$.

3. On peut tester cette conjecture sur un exemple :

En partant de 7 avec le **Programme A** on obtient :

7 — $7^2 = 49$ — $2 \times 49 = 98$ — $98 + 2 \times 7 = 98 + 14 = 112$ — $112 - 4 = 108$.

En partant de 7 avec le **Programme B** on obtient :

7 — $7 + 2 = 9$ d'une part et $7 - 1 = 6$ d'autre part — $9 \times 6 = 54$.

Comme $2 \times 54 = 108$ cela confirme la conjecture.

Démontrons ce résultat pour tout nombre générique x :

Avec le **Programme A**, on obtient x — x^2 — $2x^2$ — $2x^2 + 2x$ — $2x^2 + 2x - 4$

Avec le **Programme B**, on obtient x — $x + 2$ d'une part et $x - 1$ d'autre part — $(x + 2)(x - 1)$.

La première expression est développée réduite. Développons la seconde :

$(x + 2)(x - 1) = x^2 - x + 2x - 2 = x^2 + x - 2$

Or, $2(x^2 + x - 2) = 2x^2 + 2x - 4$, le résultat du **Programme A** est toujours le double du résultat du **Programme B**.

Exercice n° 3 — Un triangle rectangle dans un cercle

22 points

Théorème de Pythagore — Théorème de Thalès — Aire du triangle rectangle et du disque

Encore, un exercice sans difficulté majeure !

1. $\boxed{\mathscr{C} \text{ étant un cercle de rayon 4,5 cm, son diamètre [AB] mesure } 2 \times 4{,}5\,\text{cm} = 9\,\text{cm.}}$

2. Comme BA est le plus long côté du triangle BAD, comparons $DB^2 + DA^2$ et BA^2 :

$DB^2 + DA^2$	BA^2
$5,4^2 + 7,2^2$	9^2
$29,16 + 51,84$	
81	81

Comme $DB^2 + DA^2 = BA^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore**, $\boxed{\text{le triangle BAD est rectangle en D}}$.

3. Dans le triangle BAD, **les droites (BD) et (EF) sont parallèles.**
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AF}{AD} = \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BD}$$

$$\frac{AF}{7{,}2\,\text{cm}} = \frac{2{,}7\,\text{cm}}{9\,\text{cm}} = \frac{EF}{5{,}4\,\text{cm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$AF = \frac{7{,}2\,\text{cm} \times 2{,}7\,\text{cm}}{9\,\text{cm}} \quad \text{d'où} \quad AF = \frac{19{,}44\,\text{cm}^2}{9\,\text{cm}} \quad \text{et} \quad AF = 2{,}16\,\text{cm}$$

$\boxed{\text{Ainsi } AF = 2{,}16\,\text{cm}}$

4.a. L'aire d'un triangle rectangle est égale à la moitié du rectangle que l'on pourrait construire sur les côtés de l'angle droit.

Ainsi, $\boxed{\text{Aire}_{ABD} = \frac{DB \times DA}{2} = \frac{5{,}4\,\text{cm} \times 7{,}2\,\text{cm}}{2} = \frac{38{,}88\,\text{cm}^2}{2} = 19{,}44\,\text{cm}^2}$

4.b. C'est un disque de rayon 4,5 cm. L'aire d'un disque se calcule avec la formule $\pi \times R^2$ où R est la mesure du rayon.

$\boxed{\text{L'aire du disque mesure Aire}_{\text{Disque}} = \pi \times 4{,}5\,\text{cm} \times 4{,}5\,\text{cm} = 20{,}25\pi\ cm^2 \approx 63{,}62\,\text{cm}^2.}$

5. Il faut calculer le quotient $\frac{\text{Aire}_{ABD}}{\text{Aire}_{\text{Disque}}} = \frac{19{,}44\,\text{cm}^2}{63{,}62\,\text{cm}^2} \approx 0,31$ soit 31 %.

$\boxed{\text{L'aire du triangle rectangle représente 31 \% de l'aire du disque.}}$

Exercice n° 4 — Un QCM à six questions sans justification

18 points

Image — Cube d'un nombre — Translation — Lecture graphique — Médiane — Cosinus

Pas de difficulté majeure dans cet exercice.

1. $f(-4) = 3 \times (-4) - 2 = -12 - 2 = -14$. $\boxed{\textbf{1.} \text{ — Réponse A}}$

2. $-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$. $\boxed{\textbf{2.} \text{ — Réponse A}}$

3. $\boxed{\textbf{3.} \text{ — Réponse B}}$

4. On constate que le point de coordonnées $(0;3)$ est sur la courbe représentative. $\boxed{\textbf{4.} \text{ — Réponse C}}$

5. C'est une médiane d'une série statistique à 7 termes, comme $7 = 3 + 1 + 3$, il faut repérer le quatrième terme dans l'ordre croissant.
$1,46 < 1,6 < 1,65 < 1,67 < 1,7 < 1,72 < 1,75$

$\boxed{\textbf{5.} \text{ — Réponse B}}$

6. Dans le triangle ABC rectangle en A, le côté [BC] est l'hypoténuse, le côté [AC] est le côté opposé à l'angle α et le côté [AB] est le côté adjacent à l'angle α.
On sait que le cosinus est le quotient du côté adjacent par l'hypoténuse donc $\cos\alpha = \dfrac{\text{AB}}{\text{BC}} = \dfrac{4}{5} = 0,8$.

$\boxed{\textbf{6.} \text{ — Réponse A}}$

Exercice n° 5 — La piscine *20 points*

Arithmétique — Diviseurs — Volume du pavé droit

Un exercice particulièrement difficile qui insiste sur le sens de la résolution d'une équation. Les aspects techniques sont complexes sur la fin.

Partie A

1. Divisons 330 et 132 par 15.
$330 = 15 \times 22$ et $132 = 15 \times 8 + 12$. Il y a un reste quand on divise 132 par 15, donc on ne peut pas faire 15 sachets.

$\boxed{\text{Il n'est pas possible de faire 15 sachets, sinon il resterait 12 drapeaux.}}$

2.a.

$$\begin{array}{r|c} 330 & 2 \\ 165 & 3 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|c} 132 & 2 \\ 66 & 2 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$\boxed{330 = 2 \times 3 \times 5 \times 11}$ $\boxed{132 = 2 \times 2 \times 3 \times 11}$

2.b. Il faut déterminer le plus grand diviseur commun à ces deux nombres.
La décomposition en produit de facteurs premiers de ce nombre est constitué des nombres premiers en commun dans les deux décompositions.
Il s'agit donc de $2 \times 3 \times 11 = 66$.

$\boxed{\text{La présidente pourra réaliser au maximum 66 sachets.}}$

2.c. $330 = 66 \times 5$ et $132 = 66 \times 2$. $\boxed{\text{Elle pourra faire 66 sachets contenant chacun 5 autocollants et 2 drapeaux.}}$

Partie B

Il faut calculer le volume du pavé droit : $\text{Volume}_{\text{Pavé}} = 15\,\text{m} \times 25\,\text{m} \times 2\,\text{m} = 750\,\text{m}^3$.

La piscine est remplie au $\dfrac{9}{10}$, donc $\dfrac{9}{10} \times 750\,\text{m}^3 = 9 \times 75\,\text{m}^3 = 675\,\text{m}^3$.

Il faut utiliser $675\,\text{m}^3$ d'eau.
Comme $675 \times 4,14$ € $= 2794,50$ €, $\boxed{\text{le coût du remplissage de la piscine est de 2794,50 euro .}}$