Brevet — 2024 — Amérique du Nord — Série Générale

Correction

Exercice n° 1 — Cinq affirmations

20 points

Médiane — Moyenne — Vitesse — Probabilités — Homothétie

Cinq affirmations qui ne présentent pas de difficulté particulière.

Affirmation A

Pour calculer la moyenne, il faut effectuer $\dfrac{12+15+10+7+13}{5} = \dfrac{57}{5} = 11,4$

Affirmation A : Vraie

Affirmation B

Pour calculer la médiane, il faut classer ces prix dans l'ordre croissant. La médiane correspond au prix central. Comme il y a 5 prix, 5=2+1+2, il s'agit du troisième prix.

Le classement : 7 ; 10 ; **12** ; 13 ; 15

Affirmation B : Fausse. La médiane est égale à 12

Affirmation C

On cherche une vitesse moyenne, cela signifie que la distance et le temps sont proportionnels.

Distance	20 m	$\dfrac{3600\,\text{s} \times 20\,\text{m}}{6\,\text{s}} = 12\,000\,\text{m} = 12\,\text{km}$
Temps	6 s	1 h=60 min=3600 s

Affirmation C : Fausse. La vitesse moyenne est de 12 km/h

Affirmation D

Nous sommes dans **une expérience aléatoire à une épreuve** constituée de 15 issues équiprobables.
Pour les nombres entiers entre 1 et 15, les nombres premiers sont 2; 3; 5; 7; 11 et 13. Il y a 6 nombres premiers.

La probabilité cherchée est donc $\dfrac{6}{15}$ et non pas $\dfrac{7}{15}$.

Affirmation D : Fausse.

Affirmation E

D'après le cours, on sait que si une figure a ses longueurs multipliées par k, alors son aire est multipliée par k^2.
Or une homothétie de rapport -3 multiplie les longueurs du résultat par 3.
Ainsi le triangle $A'B'C'$ a une aire $3^2 = 9$ fois plus grande que le triangle ABC.

Affirmation E : Fausse.

Exercice n° 2 — Un programme de calcul

25 points

Programme de calcul — Calcul littéral

Un programme de calcul assez classique. Il y a un piège à la question 3 où deux réponses sont attendues !

1. En partant du nombre 2 on obtient successivement :

- En ajoutant 2 : $2+2=4$
- On multiplie par 4 : $4\times 4=16$
- On multiplie par 5 : $2\times 5=10$
- On soustrait 3 : $10-3=7$
- On multiplie les deux nombres : $16\times 7=112$

$\boxed{\text{En partant du nombre 2 au départ on arrive à la fin au nombre 112.}}$

2. En partant du nombre -3 on obtient successivement :

- En ajoutant 2 : $-3+2=-1$
- On multiplie par 4 : $4\times(-1)=-4$
- On multiplie par 5 : $-3\times 5=-15$
- On soustrait 3 : $-15-3=-18$
- On multiplie les deux nombres : $-4\times(-18)=72$

$\boxed{\text{En partant du nombre } -3 \text{ au départ on arrive à la fin au nombre 72.}}$

3. En partant du nombre générique x on obtient successivement :

- En ajoutant 2 : $x+2$
- On multiplie par 4 : $4\times(x+2)=4x+8$
- On multiplie par 5 : $5x$
- On soustrait 3 : $5x-3$
- On multiplie les deux nombres : $(4x+8)(5x-3)$ ou encore $4(x+2)(5x-3)=(x+2)\times 4\times(5x-3)$

$\boxed{\text{En partant du nombre } x \text{ au départ on arrive à la fin au nombre à l'}\textbf{Expression C}\text{ ou l'}\textbf{Expression D}.}$

4. La démarche la plus rigoureuse consiste à résoudre l'équation :

$$(4x+8)(5x-3)=0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$\begin{aligned}4x+8&=0\\4x+8{\color{red}-8}&=0{\color{red}-8}\\4x&=-8\\x&=-\frac{8}{4}\\x&=-2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}5x-3&=0\\5x-3{\color{red}+3}&=0{\color{red}+3}\\5x&=3\\x&=\frac{3}{5}\\x&=0,6\end{aligned}$$

$\boxed{\text{Il y a deux nombres pour lesquels le programme donne 0, les nombres } -2 \text{ et } 0,6.}$

On pouvait trouver la solution -2 par essais erreurs successifs !

5. Développons :

$B=(4x+2)(5x-3)$
$B=20x^2-12x+10x-6$

$\boxed{B=20x^2-2x-6}$

Exercice n° 3 — Les tarifs au cinéma

20 points

Représentation graphique — Fonction linéaire — Fonction affine

Un exercice dont le thème sont les fonctions linéaires et affines, sans grande difficulté !

1. Avec **le Tarif « Classique »**, une personne paye 11 € par entrée.

Comme 3×11 € $= 33$ €, $\boxed{\text{cette personne paye 33 €.}}$

2. Avec **le Tarif « Essentiel »**, la personne paie un abonnement de 50 € puis chaque entrée coûte 5 €.

Ainsi en comptant l'abonnement, pour 8 places, $\boxed{\text{elle va payer } 50\text{ €} + 8 \times 5\text{ €} = 50\text{ €} + 40\text{ €} = 90\text{ €}, \text{ qui est la réponse attendue.}}$

3. Notons x le nombre générique qui désigne le nombre de places achetées.
Il n'est pas demandé de justifier. Voici néanmoins quelques éléments sur le raisonnement à mener.

Le **Tarif « Classique »** revient à multiplier x par 11, il s'agit de $h(x) = 11x$.
Le **Tarif « Essentiel »** revient à multiplier x par 5 et à ajouter 50, il s'agit de $f(x) = 50 + 5x$.
Le **Tarif « Liberté »** est constant égal à 240, il s'agit de $g(x) = 240$.

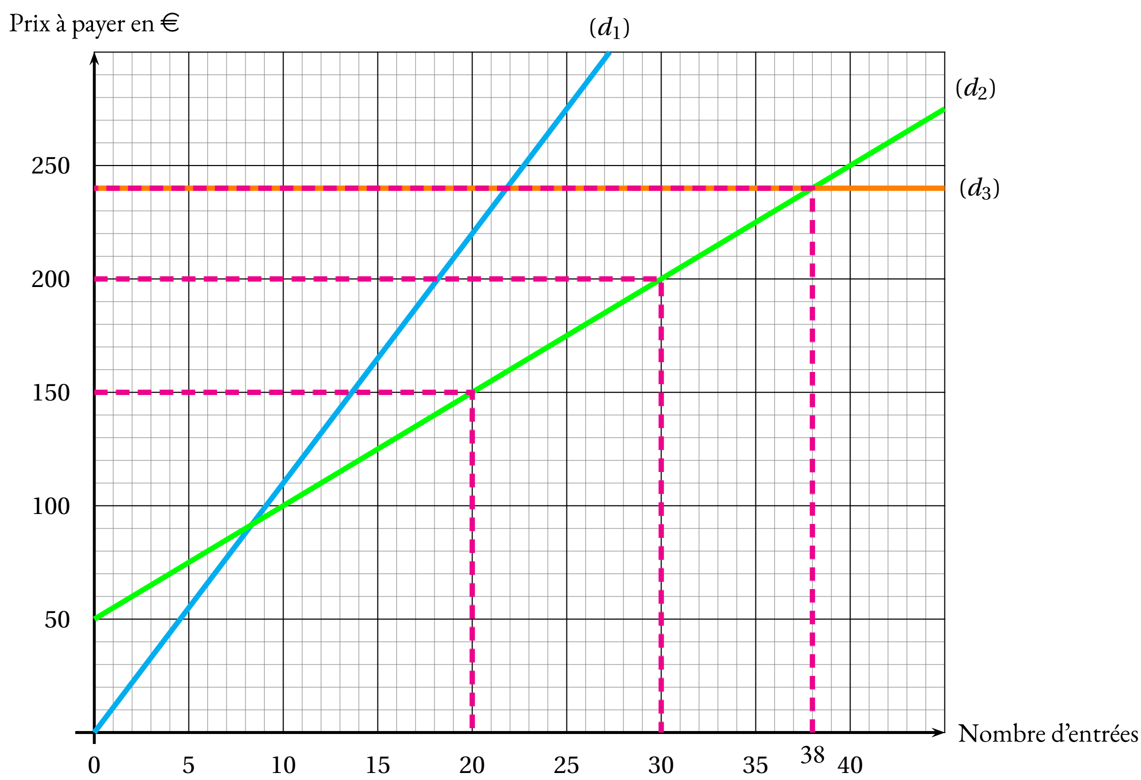
4. On sait d'après le cours que **les fonctions linéaires modélisent les situations où les antécédents et les images sont proportionnels et que la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine.**

Clairement h est de la forme ax, elle est linéaire ce que confirme sa représention graphique la droite (d_1).

$\boxed{\text{Le \textbf{Tarif « Classique »} propose un prix proportionnel au nombre de places achetées.}}$

On pouvait évidemment ne pas faire référence à la fonction linéaire et se contenter de signaler que ce tarif était le seul qui correspondait à un coefficient multiplicateur unique, 11, pour passer du nombre de places au prix.

5. L'absence de justification laisse entendre qu'on attendait une lecture graphique.



5.a. $\boxed{\text{On lit graphiquement que l'on paye 150 € avec le \textbf{Tarif essentiel} pour 20 places achetées.}}$
On pouvait aussi résoudre l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
f(x) &= 150\\
50+5x &= 150\\
50+5x-50 &= 150-50\\
5x &= 100\\
x &= \frac{100}{5}\\
x &= 20
\end{aligned}$$

5.b. $\boxed{\text{Le } \textbf{Tarif Liberté} \text{ est plus avantageux à partir de 39 places achetées.}}$

On pouvait aussi résoudre l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
f(x) &= g(x)\\
50+5x &= 240\\
50+5x-50 &= 240-50\\
5x &= 190\\
x &= \frac{190}{5}\\
x &= 38
\end{aligned}$$

5.c. $\boxed{\text{Avec 200 € de budget, le tarif le plus intéressant est } \textbf{le Tarif « Essentiel »} \text{ qui permet d'acheter 30 places.}}$

On pouvait aussi résoudre les deux équations suivantes :

$$\begin{aligned}
h(x) &= 200\\
11x &= 200\\
x &= \frac{200}{11}\\
x &\approx 18{,}2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f(x) &= 20050+5x \qquad\qquad = 200\\
50+5x-50 &= 200-50\\
5x &= 150\\
x &= \frac{150}{5}\\
x &= 30
\end{aligned}$$

Exercice n° 4 — La terrasse en béton *21 points*

Pythagore — Prisme droit — Volume — Ratio

Décidément, les professeurs de mathématiques passent leur temps libre à faire de la maçonnerie. Un exercice qui demande une bonne connaissance des prismes droits. Un ratio pour finir

1. Comme EFGH est un rectangle, EF = HG = 6 m.
En faisant l'hypothèse que les points E, F et J sont alignés, ce qui paraît raisonnable, on a $\boxed{\text{FJ} = 10\,\text{m} - 6\,\text{m} = 4\,\text{m}}$

2. Il faut calculer le périmètre du quadrilatère EJGH. Pour cela, il ne manque que la longueur GJ.
On sait que, comme EFGH est un rectangle, HE = GF = 3 m.
Dans le triangle GFJ rectangle en F,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\begin{aligned}
\text{FG}^2+\text{FJ}^2 &= \text{GJ}^2\\
4^2+3^2 &= \text{GJ}^2\\
16+9 &= \text{GJ}^2
\end{aligned}$$

$$GJ^2 = 25$$
$$GJ = \sqrt{25}$$
$$GJ = 5$$

Ainsi $\boxed{\text{le périmètre du quadrilatère mesure } 10\,\text{m} + 5\,\text{m} + 6\,\text{m} + 3\,\text{m} = 24\,\text{m, c'est la longueur de planches cherchée.}}$

3.a. Pour calculer le volume de ce prisme, on applique la formule rappelée :

$$\text{Volume} = \text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}$$

Le prisme AICDEJGH est un prisme droit dont les bases sont les quadrilatères superposables AICD et EJGH. La hauteur de ce prisme est la longueur $JI = 15\,\text{cm}$.

Pour calculer l'aire du quadrilatère EJGH, nous le décomposons en le rectangle EFGH et le triangle rectangle GFI.

Aire du quadrilatère EJGH $= 6\,\text{m} \times 3\,\text{m} = 18\,\text{m}^2$

L'aire d'un triangle rectangle vaut la moitié de celle du rectangle associé.

Aire du triangle rectangle GFI $= \dfrac{4\,\text{m} \times 3\,\text{m}}{2} = \dfrac{12\,\text{m}^2}{2} = 6\,\text{m}^2$

Ainsi Aire de la base $= 18\,\text{m}^2 + 6\,\text{m}^2 = 24\,\text{m}^2$

Volume du prisme $= 24\,\text{m}^2 \times 15\,\text{cm} = 24\,\text{m}^2 \times 0{,}15\,\text{m} = 3{,}6\,\text{m}^3$

$\boxed{\text{Le volume de cette terrasse vaut } 3{,}6\,\text{m}^3\text{, ce qui est bien inférieur à } 4\,\text{m}^3.}$

3.b. Le volume de béton est proportionnel à la masse de ciment. Ce n'est pas précisé dans l'énoncé, ce qui est formellement une erreur !

Volume de béton	$1\,\text{m}^3$	$4\,\text{m}^3$
Masse de ciment	$250\,\text{kg}$	$4 \times 250\,\text{kg} = 1000\,\text{kg} = 1\,\text{t}$

$\boxed{\text{Il faut 1000 kg=1 t de ciment pour } 4\,\text{m}^3 \text{ de béton.}}$

3.c. Dire que les proportions de ciment, gravier et sable sont dans un ratio 2 : 7 : 5 dans ce mélange signifie que les masses de ces matériaux sont proportionnelles aux nombres 2 ; 7 ; 5.
On a vu, à la question précédente que la masse de ciment était de 1000 kg.
On peut représenter cette situation dans un tableau :

	Ciment	Gravier	Sable
Ratio	2	7	5
Masse	1000 kg	$\dfrac{7 \times 1000\,\text{kg}}{2} = 3500\,\text{kg}$	$\dfrac{5 \times 1000\,\text{kg}}{2} = 2500\,\text{kg}$

$\boxed{\text{Il faut 1000 kg de ciment, 3500 kg de gravier et 2500 kg de sable pour réaliser } 4\,\text{m}^3 \text{ de béton.}}$

5. Nous avons vu dans la question **1.** que l'aire de la terrasse mesurait $24\,\text{m}^2$
D'après le **Document n° 3**, il faut deux couches, il faut donc peindre $2 \times 24\,\text{m}^2 = 48\,\text{m}^2$.

D'après le **Document n° 3**, il faut 1 L pour peindre $5\,\text{m}^2$. Comme $48\,\text{m}^2 \div 5\,\text{m}^2 = 9{,}6$, il faut 9,6 L de peinture.

D'après le **Document n° 1**, on peut donc acheter deux pots A de 5 L ou un pot B de 10 L.

En achetant le pot B, cela va coûter 129,90 €.

D'après le **Document n° 2**, il y a 50 % de réduction sur le deuxième pot.
On peut effectuer $79{,}90\,€ \times \dfrac{50}{100} = 79{,}90\,€ \times 0{,}50 = 39{,}95\,€$.
On pouvait aussi utiliser un produit en croix dans un tableau montrant les valeurs proportionnelles.

Pourcentage	100	50
Prix	79,90 €	$\dfrac{79,90\,€ \times 50}{100} = 39,95\,€$

Finalement, en achetant deux pots A ils vont payer $79,90\,€ + 39,95\,€ = 119,85\,€$.

$\boxed{\text{Il est plus rentable d'acheter deux pots A, cela va coûter 119,35 €.}}$

Exercice n° 5 — Thalès et Scratch *19 points*

Thalès — Scratch

Partie A

1. On sait que **dans un triangle, la somme des angles vaut** 180°.
On remarque que dans le triangle ABC, il y a deux angles égaux à 60°.
Ainsi on a $60° + 60° + \widehat{ACB} = 180°$ soit $120° + \widehat{ACB} = 180°$ c'est à dire $\widehat{ACB} = 180° - 120° = 60°$

Comme le triangle ABC a trois angles égaux, $\boxed{\text{ABC est équilatéral.}}$

2. On sait que ABC est équilatéral et que AB = BC = CA = 240 mm.
On sait aussi que DEC est équilatéral et que CD = DE = EC = 80 mm.

Comparons les quotients $\dfrac{CA}{CE}$ et $\dfrac{CB}{CD}$.

$\dfrac{CA}{CE} = \dfrac{80\,\text{mm}}{240\,\text{mm}}$

$\dfrac{CA}{CE} = \dfrac{1}{3}$

$\dfrac{CB}{CD} = \dfrac{80\,\text{mm}}{240\,\text{mm}}$

$\dfrac{CB}{CD} = \dfrac{1}{3}$

On constate que $\dfrac{CA}{CE} = \dfrac{CB}{CD}$ et que les points A, C et E sont alignés et dans le même ordre que les points alignés B, C et D.

Ainsi, d'après **la réciproque du théorème de Thalès,** $\boxed{\text{les droites (AB) et (DE) sont parallèles.}}$

Partie B

1. On voit le bloc `Aller à x : -180 y : -150`. $\boxed{\text{Le point de départ du lutin est donc } (-180\,;-150).}$

2. Il faut écrire `Mettre côté à 240`

3. $\boxed{\text{Le lutin se situe dans la case } \textbf{G3}}$

4. L'instruction `côté / 3` permet de diviser la longueur du deuxième triangles équilatéral, celui du « haut », par 3.
En effet, dans la première partie, on a constaté que le petit triangle était trois fois plus petit que le grand puisque $240\,\text{mm} \div 80\,\text{mm} = 3$.

$\boxed{\text{Cette instruction divise la longueur du triangle équilatéral par 3.}}$