www.freemaths.fr

T^{LE} Technologique Mathématiques

Suites Géométriques

MINI COURS

A. Définition d'une suite géométrique :

Dire qu'une suite (U_n) est géométrique signifie qu'il existe un nombre réel **q** tel que pour tout entier naturel n : $U_{n+1} = q \times U_n$.

Le nombre réel **q** est appelé **raison de la suite** (U_n).

B. Propriétés des suites géométriques :

1. (U_n) est la suite géométrique de premier terme U_0 et de raison q ssi pour tout entier naturel n : $U_n = U_0 \times q^n$.

2. Une suite (U_n) est géométrique ssi pour tout entier naturel n, elle s'écrit sous la forme : $U_{n+1} = q \times U_n$ ou $U_n = U_0 \times q^n$ et : $\dfrac{U_1}{U_0} = \dfrac{U_2}{U_1} = \dfrac{U_3}{U_2} = \ldots = \dfrac{U_n}{U_{n-1}}$.

   $(U_0 \neq 0)$

3. Soit une suite (U_n) géométrique de raison q, alors pour tous entiers naturels n et p : $U_n = U_p \times q^{(n-p)}$.

4. Soit une suite (U_n) géométrique de raison q, alors pour tout entier naturel n :

   - $U_n = U_0 \times q^n$
   - $U_n = U_1 \times q^{(n-1)}$
   - $U_n = U_2 \times q^{(n-2)}$
   - $U_n = U_3 \times q^{(n-3)}$ etc . . .

C. Calcul de $1 + q + q^2 + \ldots + q^n$:

1. Formule :

Pour tout entier naturel n non nul : $1 + q + q^2 + \ldots + q^n = \dfrac{1 - q^{(n+1)}}{1 - q}$.

$(q \neq 1)$

2. Application 1 :

Soit la suite géométrique (U_n) de raison $q \neq 1$, de premier terme U_0, et n un entier naturel non nul : $U_0 + U_1 + \ldots + U_n = U_0 \times \left(\dfrac{1 - q^{(n+1)}}{1 - q}\right)$.

3. Application 2 :

Soit la suite géométrique (U_n) de raison $q \neq 1$, alors pour tous entiers naturels n et p : $U_p + U_{p+1} + \ldots + U_n = U_p \times \left(\dfrac{1 - q^{(n-p+1)}}{1 - q}\right)$.

D. Sens de variation d'une suite géométrique :

Soit la suite géométrique (U_n) définie sur $\mathbb{N}$, de premier terme U_0 et de raison q, distinguons deux cas :

1er cas : Si $U_0 > 0$.

$q = 0$	(U_n) est constante sur $\mathbb{N}$ (à partir du rang 1)	Convergente
$q \in \,]0, 1[$	(U_n) est décroissante sur $\mathbb{N}$	Convergente

$q = 1$	(U_n) est constante sur $\mathbb{N}$	Convergente
$q > 1$	(U_n) est croissante sur $\mathbb{N}$	Divergente
$q \in]-1, 0[$	(U_n) est une suite alternée sur $\mathbb{N}$ (ni croissante, ni décroissante)	Convergente
$q \leq -1$	(U_n) est une suite alternée sur $\mathbb{N}$ (ni croissante, ni décroissante)	La limite n'existe pas

******

2e cas : Si $U_0 < 0$.

$q = 0$	(U_n) est constante sur $\mathbb{N}$ (à partir du rang 1)	Convergente
$q \in]0, 1[$	(U_n) est croissante sur $\mathbb{N}$	Convergente
$q = 1$	(U_n) est constante sur $\mathbb{N}$	Convergente
$q > 1$	(U_n) est décroissante sur $\mathbb{N}$	Divergente
$q \in]-1, 0[$	(U_n) est une suite alternée sur $\mathbb{N}$ (ni croissante, ni décroissante)	Convergente
$q \leq -1$	(U_n) est une suite alternée sur $\mathbb{N}$ (ni croissante, ni décroissante)	La limite n'existe pas