

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

**Suites
arithmético-géométriques**



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LES OISEAUX

CORRECTION

1. Calculons U_1 et U_2 :

Il s'agit de calculer U_1 et U_2 .

$$\begin{aligned} \bullet U_1 &= (1 - 60\%*) U_0 + 120 \iff U_1 = 0,4 \times 115 + 120 \\ &\implies U_1 = 166 \text{ oiseaux.} \end{aligned}$$

(* car: $(1 - 60\%) = 40\%$ d'oiseaux en moins)

$$\begin{aligned} \bullet U_2 &= (1 - 60\%) U_1 + 120 \iff U_2 = 0,4 \times 166 + 120 \\ &\implies U_2 = 186,4 \text{ oiseaux. (cad } 186 \text{ !)} \end{aligned}$$

Ainsi, en 2014 et 2015, il y aura respectivement: 166 oiseaux et, 186 oiseaux.

Notons que j'ai pris 186 au lieu de 186,4: c'est une précision qu'il convient de donner aux résultats.

2. a. Expliquons pourquoi les algorithmes 1 et 2 ne sont pas bons:

- L'algorithme 1 est faux car: on multiplie le nombre d'oiseaux de l'année $2013 + n$ par 0,6 au lieu de 0,4 cad 40%.
- L'algorithme 2 est faux car: on multiplie bien le nombre d'oiseaux par 0,4 mais chaque année on ajoute 115 au lieu de 120.

2. b. Exprimons U_{n+1} en fonction de U_n :

Il est évident que: $U_{n+1} = 0,4 \times U_n + 120$, avec: $U_0 = 115$.

3. a. Montrons que (V_n) est géométrique et déterminons V_0 et q :

$$\begin{aligned} V_n = U_n - 200 &\Leftrightarrow V_{n+1} = U_{n+1} - 200 \\ &\Leftrightarrow V_{n+1} = (0,4 U_n + 120) - 200 \quad (1). \end{aligned}$$

Or: $V_0 = U_0 - 200 \Rightarrow V_0 = -85$ et $U_n = V_n + 200$.

Ainsi: $(1) \Leftrightarrow V_{n+1} = (0,4 [V_n + 200] + 120) - 200$
 $\Rightarrow V_{n+1} = 0,4 V_n$ ou $V_n = -85 \times (0,4)^n$.

Par conséquent, (V_n) est bien une suite géométrique de raison $q = 0,4$ et de premier terme $V_0 = -85$.

3. b. Exprimons V_n en fonction de n :

Comme indiqué à la question précédente: $V_n = -85 \times (0,4)^n$.

3. c. Déduisons-en que pour tout entier n , $U_n = 200 - 85 \times (0,4)^n$:

Nous savons que: * $V_n = -85 \times (0,4)^n$
 * $U_n = V_n + 200$.

D'où: $U_n = (-85 \times (0,4)^n) + 200$,

cad: $U_n = 200 - 85 (0,4)^n$.

3. d. Déterminons si la capacité d'accueil du centre est suffisante:

La capacité d'accueil du centre est suffisante ssi: $U_n \leq 200$.

Or: $U_n \leq 200 \Leftrightarrow 200 - 85 (0,4)^n \leq 200$
 $\Leftrightarrow -85 (0,4)^n \leq 0 \quad (a)$.

L'inégalité (a) est toujours vérifiée, donc oui la capacité d'accueil du centre est suffisante !!!

4. Calculons le montant total des subventions perçues par le centre:

Soit S , le montant total des subventions.

$$S = 20 (U_0 + U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5),$$

avec: $U_0 = 115$, $U_1 = 166$, $U_2 = 186$, $U_3 = 194$, $U_4 = 198$ et $U_5 = 199$.

Ainsi: $S = 20 \times 1058 \Rightarrow S = 21\,160\text{€}$.

Au total, entre le 1^{er} Janvier 2013 et le 31 décembre 2018, le centre percevra une subvention de 21 160€.