

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

Bernoulli & binomiale



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

MÉDAILLES DÉFECTUEUSES

CORRECTION

1. Précisons la loi que suit X ainsi que ses paramètres:

Soit l'expérience aléatoire consistant à choisir au hasard un lot de 20 médailles dans la production.

Soient les événements A = " la médaille est défectueuse ", et \bar{A} = " la médaille n'est pas défectueuse ".

On désigne par X le nombre de fois où l'événement A s'est réalisé au cours des 20 épreuves.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 20 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: A et \bar{A} .

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de A suit donc **une loi binomiale** de paramètres: **$n = 20$ et $p = 2,6$.**

Et nous pouvons noter: **$X \rightsquigarrow B(20; 2,6)$.**

2. Calculons la probabilité qu'il y ait au plus une médaille défectueuse dans ce lot:

Ici, nous devons calculer: $P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k , $0 \leq k \leq n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\text{D'où ici: } P(X \leq 1) = \binom{20}{0} (2,6\%)^0 (1-2,6\%)^{20} + \binom{20}{1} (2,6\%)^1 (1-2,6\%)^{19}$$

$$\Rightarrow P(X \leq 1) \approx 90,6\% \quad (\text{calculatrice}).$$

Au total, il y a 90,6% de chance pour qu'il y ait au plus 1 médaille défectueuse dans ce lot de 20 médailles.

3. a. Calculons $E(X)$:

D'après le cours: $E(X) = n \cdot p$.

Donc ici nous avons: $E(X) = 20 \times 0,026$

$= 0,52$ médaille défectueuse.

3. b. Déduisons-en $V(X)$:

D'après le cours: $V(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$.

Donc ici nous avons: $V(X) = 20 \times 0,026 \times 0,974$

$\approx 0,507$.