

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

Bernoulli & binomiale



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LES PRODUITS POLLUANTS

CORRECTION

1. Déterminons la loi suivie par X en justifiant:

Soit l'expérience aléatoire consistant à interroger 300 personnes choisies au hasard pour savoir si elles jettent régulièrement des produits polluants dans les canalisations.

On estime que la population est suffisamment grande pour que ce choix de 300 personnes soit assimilable à 300 tirages avec remise.

Soient les événements R = " la personne est respectueuse ", et \bar{R} = " la personne n'est pas respectueuse ".

On désigne par X la variable aléatoire qui compte le nombre de personnes respectueuses de l'environnement dans un échantillon de 300 personnes choisies au hasard.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 300 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: R et \bar{R} .

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de R suit donc **une loi binomiale** de paramètres: **$n = 300$ et $p = 72\%$.**

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B(300; 72\%)$.

2. Calculons $P(X = 190)$:

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k , $0 \leq k \leq n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Il s'agit de calculer ici: $P(X = 190)$.

$$P(X = 190) = \binom{300}{190} (72\%)^{190} (1 - 72\%)^{110} \text{ cad: } P(X = 190) \approx 0,0002, \text{ à l'aide d'une machine à calculer.}$$

Au total, la probabilité que 190 personnes soient respectueuses de l'environnement est d'environ: 0,0002.

3. Calculons la probabilité qu'au moins 220 personnes soient respectueuses de l'environnement:

Il s'agit de calculer ici: $P(X \geq 220)$.

$$\begin{aligned} P(X \geq 220) &= 1 - P(X < 220) \\ &= 1 - P(X \leq 219). \end{aligned}$$

Ainsi, à l'aide d'une machine à calculer, nous obtenons:

$$P(X \geq 220) \approx 0,3291.$$

Au total, la probabilité qu'au moins 220 personnes soient respectueuses de l'environnement est d'environ: 32,91%.