

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

Bernoulli & binomiale



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LE RECRUTEMENT

CORRECTION

1. Justifions que X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,38$:

Soit l'expérience aléatoire consistant à donner le nombre de personnes recrutées parmi 10 personnes.

Soient les événements $R =$ " le candidat est recruté par l'entreprise ",
et $\bar{R} =$ " le candidat n'est pas recruté par l'entreprise ".

On désigne par X le nombre de fois où l'événement R s'est réalisé au cours des 10 épreuves.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 10 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: R et \bar{R} .

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de R suit donc **une loi binomiale** de paramètres: $n = 10$ et $p = P(R) = 38\%$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B(10; 38\%)$.

2. Calculons la probabilité qu'au moins une des dix personnes soit recrutée:

Ici, nous devons calculer: $P(X \geq 1)$, avec $X \rightsquigarrow B(10; 38\%)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k , $0 \leq k \leq n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! (n-k)!}$$

$$\text{D'où ici: } P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$$

$$= 1 - \binom{10}{0} (38\%)^0 (1 - 38\%)^{10}$$

$$\Rightarrow P(X \geq 1) \approx 0,992 \text{ (calculatrice)}$$

Au total, la probabilité qu'au moins une des dix personnes soit recrutée est d'environ: 99,2%.

3. a. Déterminons l'espérance de X :

$$\text{D'après le cours: } E(X) = n \cdot p$$

$$\text{Donc ici nous avons: } E(X) = 10 \times 0,38$$

$$= 3,8 \text{ personnes recrutées}$$

3. b. Déduisons-en la variance et l'écart type de (X) :

$$\text{D'après le cours: } V(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$$

$$\text{Donc ici nous avons: } V(X) = 10 \times 0,38 \times 0,62$$

$$= 2,356$$

Dans ces conditions, l'écart type de X est:

$$\sqrt{V(X)} \approx 1,535 \text{ personne recrutée.}$$