

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

Bernoulli & binomiale



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LE BON D'ACHAT

CORRECTION

1. Précisons les paramètres de la variable aléatoire X :

Soit l'expérience aléatoire consistant à simuler 100 fois le jeu d'un client à l'aide d'un logiciel.

On suppose que le nombre de simulations est suffisamment grand pour que cela puisse être assimilé à un tirage aléatoire avec remise.

Soient les événements $E =$ " le client obtient un bon d'achat ", et $\bar{E} =$ " le client n'obtient pas de bon d'achat ".

On désigne par X la variable aléatoire qui à 100 jeux simulés associe le nombre de bons d'achat gagnés.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 100 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: E et \bar{E} .

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de E suit donc **une loi binomiale** de paramètres: $n = 100$ et $p = 0,31$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B(100; 0,31)$.

2. Calculons la probabilité qu'il y ait exactement 30 clients gagnants:

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k , $0 \leq k \leq n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! (n-k)!}$$

Il s'agit de calculer ici: $P(X = 30)$.

$$P(X = 30) = \binom{100}{30} (0,31)^{30} (1 - 0,31)^{70} \text{ cad: } P(X = 30) \approx 8,5\%, \text{ à l'aide d'une machine à calculer.}$$

Au total: il y a environ 8,5% de chance pour qu'il y ait exactement 30 clients gagnants.

3. a. Calculons le montant moyen de la somme totale offerte en bons d'achat:

Pour répondre à cette question, nous devons calculer l'espérance de X .

Or, d'après le cours: $E(X) = n \cdot p$.

D'où ici: $E(X) = 100 \times 0,31$ cad: $E(X) = 31$ gagnants.

Ainsi: en moyenne, il y a 31 gagnants sur 100 clients.

Et la somme totale offerte à ces 31 gagnants est de: $31 \times 10 \text{ €} = 310 \text{ €}$.

3. b. Le budget prévisionnel est-il suffisant ?

Comme $310 \text{ €} > 250 \text{ €}$: le budget prévisionnel est insuffisant !