

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

Bernoulli & binomiale



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LA JOURNÉE ANNIVERSAIRE ...

CORRECTION

1. Calculons la probabilité que parmi les 4 élèves gagnants, il y en ait au moins 1 qui soit inscrit à l'association sportive:

Soit l'expérience aléatoire consistant à choisir 4 élèves gagnants.

Soient les événements $A =$ " l'élève gagnant est inscrit à l'association ",
et $\bar{A} =$ " l'élève gagnant n'est pas inscrit à l'association ".

On désigne par X le nombre de fois où l'événement A s'est réalisé au cours des 4 épreuves.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 4 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: A et \bar{A} .

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de A suit donc **une loi binomiale** de paramètres: $n = 4$ et $p = 20,3\%$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B(4; 20,3\%)$.

Ici, nous devons calculer: $P(X \geq 1)$, avec $X \rightsquigarrow B(4; 20,3\%)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k , $0 \leq k \leq n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

D'où ici: $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$

$$= 1 - \binom{4}{0} (20,3\%)^0 (1 - 20,3\%)^4$$

$$\Rightarrow P(X \geq 1) \approx 59,7\% \quad (\text{calculatrice}).$$

Au total, la probabilité demandée est d'environ: 59,7%.

2. Calculons $E(X)$:

D'après le cours: $E(X) = n \cdot p.$

Donc ici nous avons: $E(X) = 4 \times 0,203$
 $= 0,812$ élève.

3. Déduisons-en $V(X)$:

D'après le cours: $V(X) = n \cdot p \cdot (1 - p).$

Donc ici nous avons: $V(X) = 4 \times 0,203 \times 0,797$
 $\approx 0,647.$