

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

Bernoulli & binomiale



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

L'ENTREPRISE

CORRECTION

1. a. Justifions que $P(A) = 0,45$:

D'après l'énoncé, nous avons:

- $A =$ " l'employé fait partie du service A ".
- $B =$ " l'employé fait partie du service B ".
- $C =$ " l'employé fait partie du service C ".
- $T =$ " l'employé réside à moins de 30 minutes de l'entreprise ".
- $\bar{T} =$ " l'employé réside à plus de 30 minutes de l'entreprise ".

- $P(A) = 45\% \left(\frac{450}{1000} \right)$

- $P(B) = 23\%$

- $P(C) = 32\%$.

- $P_A(T) = 40\%$

- $P_A(\bar{T}) = 1 - 40\% = 60\%$.

- $P_B(T) = 20\%$

- $P_B(\bar{T}) = 1 - 20\% = 80\%$.

- $P_C(T) = 80\%$
- $P_C(\bar{T}) = 1 - 80\% = 20\%$.

Dans ces conditions, calculons: $P(A)$.

L'effectif total de l'entreprise est de: $450 + 230 + 320 = 1000$ employés.

Or, il y a 450 employés dans le service A.

D'où: $P(A) = \frac{450}{1000} \Rightarrow P(A) = 45\%$.

Au total, nous avons bien: $P(A) = 45\%$.

1. b. Donnons $P_A(T)$:

$P_A(T)$ correspond au pourcentage d'employés du service A résidant à moins de 30 minutes de l'entreprise.

D'où: $P_A(T) = 40\%$.

2. Déterminons la probabilité que l'employé choisi soit du service A et qu'il réside à moins de 30 minutes de son lieu de travail:

Cela revient à calculer: $P(A \cap T)$.

$$P(A \cap T) = P_A(T) \times P(A).$$

Ainsi: $P(A \cap T) = 40\% \times 45\% \Rightarrow P(A \cap T) = 18\%$.

Au total, la probabilité que l'employé choisi soit du service A et réside à moins de 30 minutes de son lieu de travail est de: 18% .

3. Montrons que $P(T) = 0,482$:

Il s'agit de calculer: $P(T)$.

Or, l'événement $T = (T \cap A) \cup (T \cap B) \cup (T \cap C)$.

D'où: $P(A) = P(T \cap A) + P(T \cap B) + P(T \cap C)$

$$= P_A(T) \times P(A) + P_B(T) \times P(B) + P_C(T) \times P(C).$$

Ainsi: $P(A) = 40\% \times 45\% + 20\% \times 23\% + 80\% \times 32\% \Rightarrow P(T) = 48,2\%$.

Au total, nous avons bien: $P(T) = 0,482$.

4. Déterminons $P_{\bar{T}}(C)$:

$$\begin{aligned} P_{\bar{T}}(C) &= \frac{P(\bar{T} \cap C)}{P(\bar{T})} \\ &= \frac{P_C(\bar{T}) \times P(C)}{1 - P(T)}. \end{aligned}$$

$$\text{Ainsi: } P_{\bar{T}}(C) = \frac{20\% \times 32\%}{1 - 48,2\%} \Rightarrow P_{\bar{T}}(C) \approx 12,4\%.$$

Au total, la probabilité demandée est d'environ: $12,4\%$.

5. Déterminons la probabilité qu'exactly 2 d'entre eux résident à moins de 30 minutes de leur lieu de travail:

Soit l'expérience aléatoire consistant à choisir successivement de manière indépendante 5 employés de l'entreprise.

On considère que le nombre d'employés est suffisamment grand pour que ce tirage soit assimilé à un tirage avec remise.

Soient les événements $T =$ " l'employé réside à moins de 30 minutes de l'entreprise ", et $\bar{T} =$ " l'employé réside à plus de 30 minutes de l'entreprise ".

On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre d'employés résidents à moins de 30 minutes de leur lieu de travail parmi les 5 employés de l'entreprise tirés au hasard.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 5 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: T et \bar{T} .

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de T suit donc **une loi binomiale** de paramètres: **$n=5$ et $p=48,2\%$** .

Et nous pouvons noter: **$X \rightsquigarrow B(5; 48,2\%)$** .

Ici, il s'agit de calculer: **$P(X=2)$** , avec **$X \rightsquigarrow B(5; 48,2\%)$** .

$$P(X=2) = \binom{5}{2} (48,2\%)^2 (1 - 48,2\%)^3$$

$$\Rightarrow P(X=2) \approx 32,3\% \quad (\text{calculatrice}).$$

Au total, la probabilité qu'exactement 2 employés résident à moins de 30 minutes de leur lieu de travail est d'environ: **32,3%**.