T^LE
Technologique
Mathématiques

Bernoulli & binomiale

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

GAGNER UNE VOITURE

CORRECTION

1. Déterminons la probabilité pour que le candidat perde 6000 €:

Préalablement notons que:
- P (" tirer une boule rouge ") = **0, 7**
- P (" tirer une boule blanche ") = **0, 3**.

Le candidat perd 6000 € sur 6 tirages avec remise **s'il tire 5 fois une boule rouge**.

• Soit l'expérience aléatoire consistant à réaliser 6 tirages avec remise dans **une urne contenant 7 boules rouges et 3 boules blanches**.

La probabilité de tirer une **boule rouge dans l'urne est de 0, 7**.

Soient les événements R = " tirer une boule rouge ", et $\overline{R}$ = " tirer une boule blanche ".

On désigne par **X** la variable aléatoire qui compte le nombre de boules rouges obtenu après 6 tirages avec remise.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 6 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: R et $\overline{R}$.

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de **R** suit donc **une loi binomiale** de paramètres: $n = 6$ et $p = 0,7$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B(6 ; 0,7)$.

• Dans ces conditions, il s'agit de calculer ici: $P(X = 5)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k, $0 \leqslant k \leqslant n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k . (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}.$$

Or ici: $n = 6$ et $p = 0,7$.

D'où: $P(X = 5) = \binom{6}{5} (0,7)^5 . (0,3)^{(6-5)}$

$$= 6 \times (0,7)^5 \times (0,3)$$

$$= 0,3025.$$

Ainsi, la probabilité pour le candidat de perdre 6000€ est de: **30,25%**.