

[www.freemaths.fr](http://www.freemaths.fr)

TLE

# Technologique Mathématiques

Bernoulli & binomiale



**CORRIGÉ** DE L'EXERCICE

# FAUT ÉCLAIRER

## CORRECTION

1. Montrons que la probabilité de tirer une ampoule sans défaut est égale à environ 0,9305:

Cela revient à montrer que:  $P(\bar{D}) \approx 0,9305$ .

L'événement  $\bar{D} = (\bar{D} \cap A) \cup (\bar{D} \cap B)$ .

$$\begin{aligned} \text{D'où: } P(\bar{D}) &= P(\bar{D} \cap A) + P(\bar{D} \cap B) \\ &= P_A(\bar{D}) \times P(A) + P_B(\bar{D}) \times P(B). \end{aligned}$$

$$\text{Ainsi: } P(\bar{D}) = 92\% \times 65\% + 95\% \times 35\%$$

$$\Rightarrow P(\bar{D}) \approx 0,9305.$$

Au total, il y a environ 93,05% de chance de tirer une ampoule sans défaut.

2. Calculons la probabilité que l'ampoule tirée sans défaut provienne de la machine A:

Cela revient à calculer:  $P_{\bar{D}}(A)$ .

$$P_{\bar{D}}(A) = \frac{P(\bar{D} \cap A)}{P(\bar{D})}$$

$$= \frac{P_A(\bar{D}) \times P(A)}{P(\bar{D})}$$

Ainsi:  $P_{\bar{D}}(A) = \frac{92\% \times 65\%}{93,05\%} \Rightarrow P_{\bar{D}}(A) \approx 64,26\%$

Au total, il y a environ **64,26% de chance** que l'ampoule tirée sans défaut provienne de la machine A.

### 3. Calculons la probabilité d'obtenir au moins 9 ampoules sans défaut:

Soit l'expérience aléatoire consistant à prélever au hasard 10 ampoules dans la production d'une journée à la sortie de la machine A.

Soient les événements  $D =$  " l'ampoule présente un défaut ", et  $\bar{D} =$  " l'ampoule est sans défaut ".

On désigne par  $X$  le nombre d'ampoules sans défaut contenues dans ce lot de 10 ampoules.

**Cette expérience est un schéma de Bernoulli.**

Nous sommes en présence de 10 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles:  $D$  et  $\bar{D}$ .

La variable aléatoire discrète  $X$  représentant le nombre de réalisations de  $\bar{D}$  suit donc **une loi binomiale** de paramètres:  **$n = 10$  et  $p = 0,92$ .**

Et nous pouvons noter:  $X \rightsquigarrow B(10; 0,92)$ .

Il s'agit de calculer ici:  $P(X \geq 9)$ , avec  $X \rightsquigarrow B(10; 0,92)$ .

Soit  $X$  la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier  $k$ ,  $0 \leq k \leq n$ , la probabilité d'obtenir  $k$  succès sur  $n$  épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

D'où ici:  $P(X \geq 9) = P(X = 9) + P(X = 10)$

$$= \binom{10}{9} (0,92)^9 (1 - 0,92)^1 + \binom{10}{10} (0,92)^{10}$$

$$\Rightarrow P(X \geq 9) \approx 0,8121 \text{ (calculatrice)}$$

Au total, il y a environ 81,21% de chance d'obtenir au moins 9 ampoules sans défaut.

### 3. Calculons $E(X)$ et $V(X)$ :

- D'après le cours:  $E(X) = n \cdot p$ .

Donc ici nous avons:  $E(X) = 10 \times 0,92$

$$= 9,2 \text{ ampoules sans défaut.}$$

- D'après le cours:  $V(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$ .

Donc ici nous avons:  $V(X) = 10 \times 0,92 \times 0,08$

$$= 0,736.$$