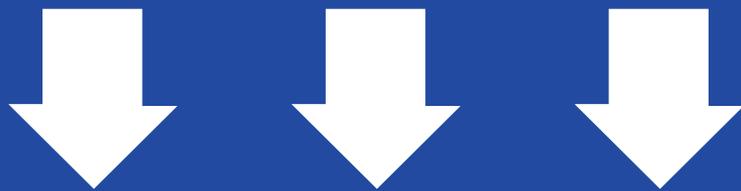


www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

Bernoulli & binomiale



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

AVOIR UN GARÇON

CORRECTION

1. Déterminons la probabilité d'avoir 3 garçons et 2 filles:

- Soit l'expérience aléatoire consistant à donner naissance à 5 enfants.

La probabilité d'avoir un garçon est de 48%.

Soient les événements G = " donner naissance à un garçon ", et \bar{G} = " donner naissance à une fille ".

On désigne par X la variable aléatoire qui compte le nombre de garçons présents parmi les 5 enfants.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 5 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: G et \bar{G} .

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de G suit donc **une loi binomiale** de paramètres: $n = 5$ et $p = 48\%$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B(5; 48\%)$.

- Dans ces conditions, il s'agit de calculer ici: $P(X=3)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k , $0 \leq k \leq n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Or ici: $n=5$ et $p=48\%$.

D'où: $P(\text{"d'avoir 3 garçons et 2 filles"}) = P(X=3)$

$$\begin{aligned} &= \binom{5}{3} (48\%)^3 \cdot (1-48\%)^{(5-3)} \\ &= \left(\frac{5!}{3!(5-3)!} \right) (0,48)^3 \cdot (0,52)^2 \\ &\approx 0,299. \end{aligned}$$

Ainsi, la probabilité d'avoir 3 garçons et 2 filles est d'environ: **29,9%**.

2. Calculons $E(X)$:

D'après le cours: $E(X) = n \cdot p$.

Donc ici nous avons: $E(X) = 5 \times 0,48$

$$= 2,4 \text{ garçons.}$$

3. Déduisons-en $V(X)$:

D'après le cours: $V(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$.

Donc ici nous avons: $V(X) = 5 \times 0,48 \times 0,52$
 $= 1,248$.