T^LE Technologique Mathématiques

Bernoulli & binomiale

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

2 OU 5 ANS ?

CORRECTION

1. a. Déterminons la probabilité qu'exactement 3 de ces clients fassent jouer l'extension de garantie:

Soit l'expérience aléatoire consistant à **choisir au hasard 12 clients parmi ceux ayant pris l'extension de garantie**.

Soient les événements A = " faire jouer l'extension de garantie ", et $\overline{A}$ = " ne pas faire jouer l'extension de garantie ".

On désigne par X le nombre de clients qui font jouer l'extension de garantie parmi les 12 clients tirés au hasard.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 12 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: A et $\overline{A}$.

La variable aléatoire discrète X représentant le nombre de réalisations de A suit donc **une loi binomiale** de paramètres: $n = 12$ et $p = 11,5\%$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B\,(12\,;\,11,5\%)$.

Ici, nous devons calculer: $P\,(X = 3)$, avec $X \rightsquigarrow B\,(12\,;\,11,5\%)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k, $0 \leqslant k \leqslant n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k . (1-p)^{(n-k)}$, avec: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$.

D'où ici: $P(X=3) = \binom{12}{3} (11,5\%)^3 (88,5)^9$

=> $P(X=3) \approx 11,1\%$ (calculatrice).

Au total, la probabilité qu'exactement 3 de ces clients fassent jouer l'extension de garantie est de: 11, 1%.

1\. b. Calculons $P(X \geqslant 6)$:

Il s'agit de calculer: $P(X \geqslant 6)$.

$P(X \geqslant 6) = 1 - P(X < 6)$

$= 1 - P(X \leqslant 5)$.

=> $P(X \geqslant 6) \approx 0,1\%$ (calculatrice).

Au total, la probabilité qu'au moins 6, sur ces 12 clients, fassent jouer cette extension de garantie est de: 0, 1%.

2\. a. Justifions que Y prend les valeurs " 65 " et " - 334 " et donnons la loi de probabilité de Y:

Distinguons 2 cas:

- Le client règle 65 € l'extension de garantie.

Et une panne irréparable survient entre le début de la 3e année et la fin de la 5e année.

Donc l'entreprise rembourse 399 €.

D'où perte pour l'entreprise: $65 - 399 = -334$ €.

- Le client règle 65 € l'extension de garantie.

Et soit aucune panne ne survient, soit elle est réparable.

D'où gain pour l'entreprise: 65 €.

Ainsi, si Y est la variable aléatoire représentant le gain réalisé par l'entreprise, la loi de probabilité de Y est:

$Y = y_j$	-334	65
$P(Y = y_j)$	$11,5\%$	$88,5\%$

2\. b. Offre avantageuse pour l'entreprise ?

Pour répondre à cette question, nous allons calculer: $E(Y)$.

Ici: $E(Y) = -334 \times 11,5\% + 65 \times 88,5\%$ cad $E(Y) \approx 19,115$ €.

Comme $E(Y) > 0$, nous pouvons affirmer que l'offre est avantageuse pour l'entreprise.