

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

**Nombres Complexes
Partie Géométrique**



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

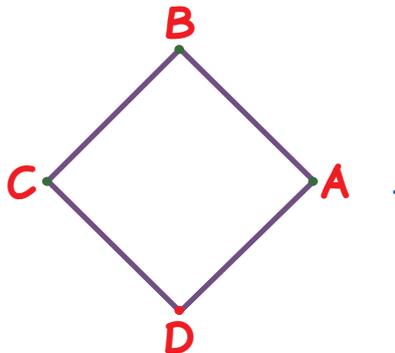
Le quadrilatère ABCD est-il un losange ?

D'après le cours, le quadrilatère ABCD est un losange ssi:

- $\overline{AB} = \overline{DC}$

- $\overline{AD} = \overline{BC}$, avec

- $(BD) \perp (CA)$



Or: • $\overline{AB} = \overline{DC}$ ssi $z_{\overrightarrow{AB}} = z_{\overrightarrow{DC}}$

• $\overline{AD} = \overline{BC}$ ssi $z_{\overrightarrow{AD}} = z_{\overrightarrow{BC}}$

• $(BD) \perp (CA)$ ssi $\frac{z_A - z_C}{z_D - z_B}$ est un imaginaire pur.

Ici: • $z_{\overrightarrow{AB}} = \left(-\frac{3}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ et $z_{\overrightarrow{DC}} = \left(-\frac{3}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, d'où $\overline{AB} = \overline{DC}$.

• $z_{\overrightarrow{AD}} = \left(-\frac{3}{2} - i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ et $z_{\overrightarrow{BC}} = \left(-\frac{3}{2} - i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, d'où $\overline{AD} = \overline{BC}$.

• $\frac{z_A - z_C}{z_D - z_B} = \frac{3}{-i \cdot \sqrt{3}}$

$$\begin{aligned} &= \frac{3 \times (i \cdot \sqrt{3})}{(-i \cdot \sqrt{3}) \times (i \cdot \sqrt{3})} \\ &= \frac{i \cdot (3\sqrt{3})}{3} \\ &= i \cdot (\sqrt{3}). \end{aligned}$$

Donc: $\frac{z_A - z_C}{z_D - z_B}$ est un imaginaire pur.

En conclusion: le quadrilatère ABCD est bien un losange.