T^LE^ Technologique Mathématiques

Nombres Complexes Forme Trigonométrique

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CONJUGUÉ ET MODULE 2

CORRECTION

D'après le cours, soit $z = x + iy$:
- le conjugué de z s'écrit $\bar{z} = x - iy$
- le module de z est égal à $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

1. Écrivons le conjugué et le module du nombre complexe A :

$$A = (x + iy) + 2 - i = (x + 2) + i \times (y - 1).$$

Ainsi :
- la forme algébrique de A s'écrit : $A = (x + 2) + i\,(y - 1)$
- le conjugué de A s'écrit : $\bar{A} = (x + 2) - i\,(y - 1)$
- le module de A est : $r = \sqrt{(x + 2)^2 + (y - 1)^2}$.

2. Écrivons le conjugué et le module du nombre complexe B :

$$B = (x + iy + 2i)\,(i\,(x + iy) - 3)$$

$$= (x + i\,(y + 2))\,((-y - 3) + ix)$$

$$= x\,(-y - 3) + ix^2 + i\,(y + 2)\,(-y - 3) - x\,(y + 2)$$

$$= -yx - 3x - xy - 2x + i\,(x^2 - y^2 - 5y - 6)$$

$$= (-5x - 2xy) + i\,(x^2 - y^2 - 5y - 6).$$

Ainsi: • la forme algébrique de B s'écrit: $B = (-5x - 2xy) + i\,(x^2 - y^2 - 5y - 6)$

• le conjugué de B s'écrit: $B = (-5x - 2xy) - i\,(x^2 - y^2 - 5y - 6)$

• le module de B est: $r = \sqrt{(-5x - 2xy)^2 + (x^2 - y^2 - 5y - 6)^2}$.

3. Écrivons le conjugué et le module du nombre complexe C:

$$C = \frac{(x + iy) - i}{3 - (x + iy)}$$

$$= \frac{x + i(y - 1)}{(3 - x) - iy}$$

$$= \frac{[x + i\,(y - 1)] \times [(3 - x) + iy]}{[(3 - x) - iy] \times [(3 - x) + iy]}$$

$$= \frac{(3x - x^2 - y^2 + y) + i\,(x + 3y - 3)}{(3 - x)^2 + y^2}$$

$$= \left[\frac{(3x - x^2 - y^2 + y)}{(3 - x)^2 + y^2}\right] + i \times \left[\frac{x + 3y - 3}{(3 - x)^2 + y^2}\right].$$

Ainsi: • la forme algébrique de C s'écrit:

$$C = \left[\frac{3x - x^2 - y^2 + y}{(3 - x)^2 + y^2}\right] + i\left[\frac{x + 3y - 3}{(3 - x)^2 + y^2}\right]$$

• le conjugué de C s'écrit:

$$\overline{C} = \left[\frac{3x - x^2 - y^2 + y}{(3 - x)^2 + y^2}\right] - i\left[\frac{x + 3y - 3}{(3 - x)^2 + y^2}\right]$$

• le module de C est:

$$r = \sqrt{\left[\frac{3x - x^2 - y^2 + y}{(3 - x)^2 + y^2}\right]^2 + \left[\frac{x + 3y - 3}{(3 - x)^2 + y^2}\right]^2}.$$