

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

(STI2D & STL)

Limites « d'une fonction f »



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

Déterminons la limite de f en $+\infty$:

Ici: $f(x) = \frac{\sin(x)}{1+x^2}$, pour tout $x \in \mathbb{R}^*$.

D'après le cours, nous savons que: $\sin(x) \in [-1; 1]$.

Dans ces conditions, nous pouvons écrire: $-1 \leq \sin(x) \leq 1$

$$\Leftrightarrow \frac{-1}{1+x^2} \leq \frac{\sin(x)}{1+x^2} \leq \frac{1}{1+x^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-1}{1+x^2} \leq f(x) \leq \frac{1}{1+x^2}$$

Or: $\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{1+x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x^2 \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x^2} = 0$

$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1+x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2 \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} = 0.$

Ainsi, d'après le théorème des gendarmes, nous pouvons affirmer que:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0.$$