

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

(STI2D & STL)

Primitives d'une fonction



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LA PRIMITIVE DE f QUI S'ANNULE EN $x = a$?

2

CORRECTION

1. Montrons que F est une primitive de f sur un intervalle I (à préciser):

Ici: $f(x) = e^x - \frac{1}{x}$.

f est continue sur $I =]0; +\infty[$.

Elle admet donc une primitive sur $]0; +\infty[$ (cad une fonction F dérivable sur l'intervalle $]0; +\infty[$ telle que: $F' = f$).

Or, d'après l'énoncé: $F(x) = e^x - \ln(x)$.

Dans ces conditions, pour tout $x \in]0; +\infty[$, nous avons:

$$\begin{aligned} F'(x) &= e^x - \frac{1}{x} \\ &= f(x). \end{aligned}$$

Ainsi: F est bien une primitive de f sur $I =]0; +\infty[$.

2. Déterminons la primitive de f qui s'annule en $a = 3$:

Nous savons que toutes les primitives de f sur $]0; +\infty[$ sont de la forme:

$$\begin{aligned} G(x) &= F(x) + c \\ &= e^x - \ln(x) + c, \quad c \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Déterminer la primitive de f qui s'annule en $a = 3$ revient à trouver le nombre réel c tel que: $G(3) = 0$.

$$G(3) = 0 \iff e^3 - \ln(3) + c = 0 \quad \text{cad} \quad c = \ln(3) - e^3.$$

La primitive de f qui s'annule en $a = 3$ s'écrit alors:

$$F(x) = e^x - \ln(x) + (\ln(3) - e^3) \quad (c = \ln(3) - e^3).$$