

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

Fonction logarithme : $\ln(x)$



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

ON SIMPLIFIE LA FONCTION f

1

CORRECTION

1. Simplifions la fonction f_1 :

$$\begin{aligned}
 f_1(x) &= \ln\left(\frac{1}{2}x\right) + \ln\left(\frac{2}{3}x\right) + \ln\left(\frac{3}{4}\right) + \dots + \ln\left(\frac{49}{50}\right), \text{ avec } x \in]0; +\infty[\\
 &= \ln\left(\frac{1}{2}\right) + \ln(x) + \ln\left(\frac{2}{3}\right) + \ln(x) + \ln\left(\frac{3}{4}\right) + \dots + \ln\left(\frac{49}{50}\right) \\
 &= 2 \ln(x) + [\ln(1) - \ln(2)] + [\ln(2) - \ln(3)] + [\ln(3) - \ln(4)] \\
 &\quad + \dots + [\ln(49) - \ln(50)] \\
 &= 2 \ln(x) + \ln(1) - \ln(50) \\
 &= 2 \ln(x) - \ln(50).
 \end{aligned}$$

Ainsi: $f_1(x) = 2 \ln(x) - \ln(50)$ ou $f_1(x) = \ln\left(\frac{x^2}{50}\right)$.

2. Simplifions la fonction f_2 :

$$\begin{aligned}
 f_2(x) &= \ln(x^2 + 2x + 1), \text{ avec } x > -1 \\
 &= \ln[(x+1)^2] \\
 &= 2 \ln(x+1).
 \end{aligned}$$

Ainsi: $f_2(x) = 2 \ln(x+1)$.

3. Simplifions la fonction f_3 :

$$f_3(x) = -2x + \ln(1 + e^{2x}), \text{ avec } x \in \mathbb{R}$$

$$= \ln(e^{-2x}) + \ln(1 + e^{2x})$$

$$= \ln[(e^{-2x}) \times (1 + e^{2x})]$$

$$= \ln[e^{-2x} + e^0]$$

$$= \ln[1 + e^{-2x}].$$

Ainsi: $f_3(x) = \ln[1 + e^{-2x}]$.