T^{LE}

Technologique Mathématiques

Fonction inverse
Dérivées & Variations

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

RAPPEL 2

CORRECTION

D'après le cours, nous savons que le taux de variation de f entre a et $b = a + h$ ($h \neq 0$) est:

$$\tau(h) = \frac{f(a+h) - f(a)}{(a+h) - a} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}.$$

1. $f(x) = 4x$, $a = 1$:

- Ici: $Df = \mathbb{R}$, $a = 1 \in \mathbb{R}$ et $b = a + h = 1 + h \in \mathbb{R}$.

- Dans ces conditions: $\dfrac{f(a+h) - f(a)}{h} = \dfrac{f(1+h) - f(1)}{h}$

$$= \frac{4(1+h) - 4}{h}$$

$$= 4.$$

Ainsi: $\tau(h) = 4$.

2. $f(x) = 3x + 7$, $a = -1$:

- Ici: $Df = \mathbb{R}$, $a = -1 \in \mathbb{R}$ et $b = a + h = -1 + h \in \mathbb{R}$.

- Dans ces conditions: $\dfrac{f(a+h) - f(a)}{h} = \dfrac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$

$$= \frac{(3(-1+h)+7)-(-3+7)}{h}$$

$$= 3.$$

Ainsi: $\tau(h) = 3.$

3. $f(x) = -x + 10, \ a = 0$:

- Ici: $Df = \mathbb{R}, \ a = 0 \in \mathbb{R}$ et $b = a + h = h \in \mathbb{R}$.

- Dans ces conditions: $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h} = \dfrac{f(h)-f(0)}{h}$

$$= \frac{(-h+10)-(10)}{h}$$

$$= -1.$$

Ainsi: $\tau(h) = -1.$

4. $f(x) = m \cdot x + p, \ a = 7$:

- Ici: $Df = \mathbb{R}, \ a = 7 \in \mathbb{R}$ et $b = a + h = 7 + h \in \mathbb{R}$.

- Dans ces conditions: $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h} = \dfrac{f(7+h)-f(7)}{h}$

$$= \frac{((7+h)\cdot m + p)-(7\cdot m + p)}{h}$$

$$= m.$$

Ainsi: $\tau(h) = m.$

5. $f(x) = x^2$, $a = -2$:

- Ici: $Df = \mathbb{R}$, $a = -2 \in \mathbb{R}$ et $b = a + h = -2 + h \in \mathbb{R}$.

- Dans ces conditions: $\dfrac{f(a+h) - f(a)}{h} = \dfrac{f(-2+h) - f(-2)}{h}$

$$= \frac{(-2+h)^2 - 4}{h}$$

$$= \frac{4 + h^2 - 4h - 4}{h}$$

$$= h - 4.$$

Ainsi: $\mathcal{T}(h) = h - 4.$

6. $f(x) = x^3$, $a = 1$:

- Ici: $Df = \mathbb{R}$, $a = 1 \in \mathbb{R}$ et $b = a + h = 1 + h \in \mathbb{R}$.

- Dans ces conditions: $\dfrac{f(a+h) - f(a)}{h} = \dfrac{f(1+h) - f(1)}{h}$

$$= \frac{(1+h)^3 - 1}{h}$$

$$= \frac{(h^3 + 3h^2 + 3h + 1) - 1}{h}$$

$$= h^2 + 3h + 3.$$

Ainsi: $\mathcal{T}(h) = h^2 + 3h + 3.$

7. $f(x) = \dfrac{1}{x}$, $a = 6$:

- Ici: $Df = \mathbb{R}^*$, $a = 6 \in \mathbb{R}^*$ et $b = a + h = 6 + h \in \mathbb{R}^*$.

• Dans ces conditions: $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}=\dfrac{\left(\dfrac{1}{6+h}\right)-\left(\dfrac{1}{6}\right)}{h}$

$$=\dfrac{\dfrac{6-6-h}{6(6+h)}}{h}$$

$$=\dfrac{-1}{36-6h}.$$

Ainsi: $\tau(h)=-\dfrac{1}{36-6h}.$