

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

**Fonction inverse
Dérivées & Variations**



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

MISE EN FACTEUR D'UNE DÉRIVÉE

9

CORRECTION

1. Calculons $f'(x)$:

D'après le cours, la fonction inverse $f(x) = \frac{1}{x}$ est dérivable sur \mathbb{R}^* , et pour tout réel $x \neq 0$:

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} < 0.$$

Ici: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 34x + \frac{7}{3} - \frac{225}{x}$ est définie et dérivable sur \mathbb{R}^* .

Dans ces conditions, pour tout $x \in \mathbb{R}^*$: $f'(x) = x^2 - 34 + \frac{225}{x^2}$.

Ainsi, pour tout $x \in \mathbb{R}^*$: $f'(x) = x^2 - 34 + \frac{225}{x^2}$.

2. Montrons que pour tout réel x non nul, $f'(x) = \frac{(x-3)(x+3)(x-5)(x+5)}{x^2}$.

Nous savons que pour tout $x \in \mathbb{R}^*$: $f'(x) = x^2 - 34 + \frac{225}{x^2}$.

$$\text{Or: } x^2 - 34 + \frac{225}{x^2} = \frac{x^4 - 34x^2 + 225}{x^2}$$

$$= \frac{x^4 - 9x^2 - 25x^2 + (9 \times 25)}{x^2}$$

$$= \frac{(x^2 - 9)(x^2 - 25)}{x^2}$$

$$= \frac{(x^2 - (3)^2)(x^2 - (5)^2)}{x^2}$$

$$= \frac{(x-3)(x+3)(x-5)(x+5)}{x^2}. \quad [(a-b)(a+b) = a^2 - b^2]$$

Donc pour tout réel x non nul: $f'(x) = \frac{(x-3)(x+3)(x-5)(x+5)}{x^2}$.