

www.freemaths.fr

TLE

Technologique Mathématiques

**Fonction inverse
Dérivées & Variations**



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

MISE EN FACTEUR D'UNE DÉRIVÉE

5

CORRECTION

1. Calculons $f'(x)$:

D'après le cours, la fonction inverse $f(x) = \frac{1}{x}$ est dérivable sur \mathbb{R}^* , et pour tout réel $x \neq 0$:

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} < 0.$$

Ici: $f(x) = 500 + 4x + \frac{1000}{x}$ est définie et dérivable sur \mathbb{R}^* .

Dans ces conditions, pour tout $x \in \mathbb{R}^*$: $f'(x) = 4 - \frac{1000}{x^2}$.

Ainsi, pour tout $x \in \mathbb{R}^*$: $f'(x) = 4 - \frac{1000}{x^2}$.

2. Montrons que pour tout réel x non nul, $f'(x) = \frac{4(x - \sqrt{250})(x + \sqrt{250})}{x^2}$.

Nous savons que pour tout $x \in \mathbb{R}^*$: $f'(x) = 4 - \frac{1000}{x^2}$.

$$\text{Or: } 4 - \frac{1000}{x^2} = \frac{4x^2 - 1000}{x^2}$$

$$= \frac{4(x^2 - 250)}{x^2}$$

$$= \frac{4(x^2 - (\sqrt{250})^2)}{x^2}$$

$$= \frac{4(x - \sqrt{250})(x + \sqrt{250})}{x^2} \quad [(a-b)(a+b) = a^2 - b^2]$$

Donc pour tout réel x non nul: $f'(x) = \frac{4(x - \sqrt{250})(x + \sqrt{250})}{x^2}$.