T^LE Technologique Mathématiques

Fonction inverse
Comportement aux Bornes

MINI COURS

A. Définition :

La fonction inverse est la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par:

$$f(x) = \frac{1}{x}.$$

" 0 " est la valeur interdite au dénominateur.

B. Dérivabilité :

La fonction inverse est dérivable sur $\mathbb{R}^*$.

- Pour tout réel $x \neq 0$: $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$.
- Pour tout réel $x \neq 0$: $f'(x) < 0$, car $x^2 > 0$.

C. Tableau de variations :

La fonction inverse est strictement décroissante sur $]-\infty ; 0[$ et sur $]0 ; +\infty[$.

D'où le tableau de variations suivant:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$		↘	‖	↘	

La courbe représentative de la fonction inverse est une hyperbole.

Sa courbe de symétrie est le point: $O(0 ; 0)$.

Freemaths : Tous droits réservés

D. Comportement aux bornes de $\mathcal{D}_f$:

Rappelons que: $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}^*$.

1. Les limites :

- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{x} = 0$

- $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{x} = 0$

- $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \dfrac{1}{x} = +\infty$

- $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x < 0}} \dfrac{1}{x} = -\infty$.

D'où le tableau de variations complété:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	0 ↘	$-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	0

2. Les asymptotes :

- **La droite d'équation $y = 0$ est une asymptote horizontale à la courbe.**

- **La droite d'équation $x = 0$ est une asymptote verticale à la courbe.**

Freemaths : Tous droits réservés