Spé Maths
Terminale

Fonctions
Cosinus & Sinus

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

SENS DE VARIATION D'UNE FONCTION

CORRECTION

1. Déterminons la valeur de " m ":

Pour que f soit bien définie, il faut que: $\cos(x) + \sin(x) \neq 0$.

Or $\cos(x) + \sin(x) \neq 0$ ssi: $x \neq -\dfrac{\pi}{4}$.

Ainsi, f est définie sur: $I = \left]-\dfrac{\pi}{4} ; \dfrac{3\pi}{4}\right]$ et donc $m = -\dfrac{\pi}{4}$.

2. Calculons la dérivée de f:

f est dérivable sur $\left]-\dfrac{\pi}{4} ; \dfrac{3\pi}{4}\right]$.

Dans ces conditions, pour tout $x \in \left]-\dfrac{\pi}{4} ; \dfrac{3\pi}{4}\right]$:

$$f'(x) = \frac{\cos(x) \times (\cos(x) + \sin(x)) - \sin(x) \times (-\sin(x) + \cos(x))}{[\cos(x) + \sin(x)]^2}$$

$$= \frac{[\cos(x)]^2 + [\sin(x)]^2}{[\cos(x) + \sin(x)]^2}$$

$$= \frac{1}{[\cos(x) + \sin(x)]^2}.$$

Ainsi, pour tout $x \in \left] -\frac{\pi}{4} ; \frac{3\pi}{4} \right]$: $f'(x) = \frac{1}{[\cos(x) + \sin(x)]^2}$.

3. Dressons le tableau de variation de f :

Nous avons le tableau de variations de f suivant :

x	$-\frac{\pi}{4}$		$\frac{3\pi}{4}$
$f'(x)$	‖	+	
$f(x)$	‖	↗	

4. Déduisons-en le sens de variations de f :

Sur $\left] -\frac{\pi}{4} ; \frac{3\pi}{4} \right]$: $f'(x) > 0$.

Ainsi : f est strictement croissante sur $\left] -\frac{\pi}{4} ; \frac{3\pi}{4} \right]$.