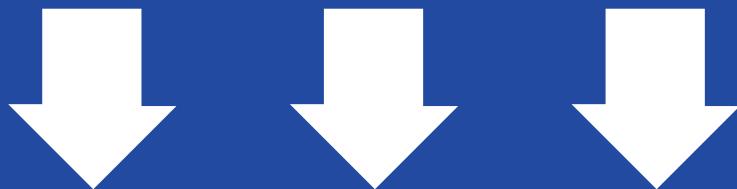


Spé Maths Terminale

Suites Arithmétiques



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL DE $U_p + U_{p+1} + \dots + U_n$

DÉMONSTRATION

Nous savons que:

- $U_n = U_p + (n - p) \times r$
- $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.

Dans ces conditions:

$$\begin{aligned} U_p + U_{p+1} + U_{p+2} + \dots + U_n &= U_p + (U_p + 1 \times r) + (U_p + 2 \times r) + \dots + (U_p + (n - p) \times r) \\ &= U_p \times \underbrace{[1 + 1 + 1 + \dots + 1]}_{(n-p+1) \text{ fois}} + r \times [1 + 2 + 3 + \dots + (n - p)] \\ &= (n - p + 1) \times U_p + r \left[\frac{(n - p)(n - p + 1)}{2} \right] \\ &= (n - p + 1) \times \left[U_p + \frac{(n - p) \times r}{2} \right] \\ &= (n - p + 1) \times \left[\frac{2U_p + (n - p) \times r}{2} \right] \\ &= (n - p + 1) \times \left[\frac{U_p + (U_p + (n - p) \times r)}{2} \right] \\ &= (n - p + 1) \times \left[\frac{U_p + U_n}{2} \right]. \end{aligned}$$

D'où nous avons bien: $U_p + U_{p+1} + U_{p+2} + \dots + U_n = \frac{(n - p + 1)(U_p + U_n)}{2}$.