Spé Maths
Terminale

Suites Arithmétiques

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CALCUL DE $U_p + U_{p+1} + \dots + U_n$

DÉMONSTRATION

Nous savons que:

- $U_n = U_p + (n - p) \times r$
- $1 + 2 + 3 + \dots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$.

Dans ces conditions:

$$U_p + U_{p+1} + U_{p+2} + \dots + U_n = U_p + (U_p + 1 \times r) + (U_p + 2 \times r) + \dots + (U_p + (n-p) \times r)$$

$$= U_p \times [\underbrace{1 + 1 + 1 + \dots + 1}_{(n-p+1) \text{ fois}}] + r \times [1 + 2 + 3 + \dots + (n-p)]$$

$$= (n-p+1) \times U_p + r \left[\frac{(n-p)(n-p+1)}{2}\right]$$

$$= (n-p+1) \times \left[U_p + \frac{(n-p) \times r}{2}\right]$$

$$= (n-p+1) \times \left[\frac{2\,U_p + (n-p) \times r}{2}\right]$$

$$= (n-p+1) \times \left[\frac{U_p + (U_p + (n-p) \times r)}{2}\right]$$

$$= (n-p+1) \times \left[\frac{U_p + U_n}{2}\right].$$

D'où nous avons bien: $U_p + U_{p+1} + U_{p+2} + \dots + U_n = \dfrac{(n-p+1)(U_p + U_n)}{2}$.