

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Suites
arithmético-géométriques



ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

LA PISCINE D'ALICE

ÉNONCÉ

Un particulier possède une piscine et décide de s'équiper d'un système automatique de remplissage pour tenir compte de l'évaporation pendant la période estivale. Sur un site spécialisé, il apprend que les conditions climatiques dans sa région pendant cette période sont telles qu'il peut prévoir une évaporation quotidienne de 4% de la quantité d'eau. Il décide alors de régler son système de remplissage automatique à un apport de 2 m^3 d'eau par jour.

Le premier jour de la mise en fonctionnement du système automatique de remplissage, la piscine contient 75 m^3 .

Pour tout entier naturel n , on note U_n le volume d'eau dans la piscine, exprimé en mètre cube (m^3), n jours après la mise en fonctionnement du système automatique de remplissage. Ainsi: $U_0 = 75$.

1. Calculer U_1 et U_2 .

2. Justifier que la suite (U_n) n'est pas arithmétique. Est-elle géométrique ?

3. Justifier que, pour tout entier naturel n : $U_{n+1} = 0,96 \times U_n + 2$.

4. Pour tout entier naturel n , on pose: $V_n = U_n - 50$.

a. Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique de raison $0,96$ et de premier terme V_0 .

- b. Pour tout entier naturel n , exprimer V_n en fonction de n .
- c. En déduire que pour tout entier naturel n : $U_n = 25 \times 0,96^n + 50$.
- d. Déterminer la limite de la suite (U_n) et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

5. Si le volume d'eau dans la piscine est inférieur à 65m^3 , le niveau de l'eau est insuffisant pour alimenter les pompes de filtration ce qui risque de les endommager. Pour connaître le nombre de jours pendant lesquels le niveau d'eau reste suffisant sans risquer de panne en conservant ce réglage, on construit l'algorithme suivant:

Variables :	n est un nombre entier naturel	L1
	u est un nombre réel	L2
Traitement :	n prend la valeur 0	L3
	u prend la valeur 75	L4
	Tant que u	L5
	u prend la valeur	L6
	n prend la valeur $n+1$	L7
	Fin Tant que	L8
Sortie :	Afficher n	L9

- a. Recopier et compléter les lignes L5 et L6 de cet algorithme.
- b. Quel est le résultat affiché en sortie de cet algorithme ?
- c. Pendant combien de jours le niveau de l'eau est-il suffisant si on conserve ce réglage ?