BACCALAURÉAT
MATHÉMATIQUES

SUJET 1

CORRIGÉ EXERCICE 1

FRANCE MÉTROPOLITAINE
2023

Questionnaire à Choix Multiple

RÉPONSES b b b b c

1. La probabilité $P_G(D)$ est égale à...

D'après l'énoncé, nous avons:

- G = " la machine est sous garantie ".
- $\overline{G}$ = " la machine n'est pas sous garantie ".
- D = " la machine est défectueuse ".
- $\overline{D}$ = " la machine est ok ".

- $P(G) = 20\%$
- $P(\overline{G}) = 1 - 20\% = 80\%$.

- $P(D) = 8,2\%$
- $P(\overline{D}) = 1 - 8,2\% = 91,8\%$.

- $P(G \cap D) = 0,2\%$.

Calculer la probabilité que la machine soit défectueuse sachant qu'elle est sous garantie revient à déterminer: $P_G(D)$.

$$P_G(D) = \frac{P(G \cap D)}{P(G)}$$

$$= \frac{0,2\%}{20\%}$$

$$= 1\%.$$

Ainsi: $P_G(D) = 1\%$ cad $P_G(D) = 0,01$.

2. La probabilité $P(\overline{G} \cap D)$ est égale à...

Ici, il s'agit de calculer: $P(\overline{G} \cap D)$.

D'après la formule des **probabilités totales**:

$$P(D) = P(D \cap G) + P(D \cap \overline{G})$$

$$= P(G \cap D) + P(\overline{G} \cap D)$$

$$= 1\% + P(\overline{G} \cap D).$$

D'où: $P(\overline{G} \cap D) = P(D) - 0,2\%$

$$= 8,2\% - 0,2\%$$

$$= 8\%.$$

Ainsi: $P(\overline{G} \cap D) = 8\%$ cad $P(\overline{G} \cap D) = 0,08$.

3. La probabilité que la machine soit sous garantie sachant qu'elle est défectueuse est...

Calculer la probabilité que la machine soit sous garantie sachant qu'elle est défectueuse revient à déterminer : $P_D(G)$.

$$P_D(G) = \frac{P(D \cap G)}{P(D)}$$

$$= \frac{P_G(D) \times P(G)}{P(D)}$$

$$= \frac{1\% \times 20\%}{8,2\%}$$

$$\approx \mathbf{0,024}.$$

Ainsi : $P_D(G) = 0,024$ **cad** $P_D(G) = 2,4\%$.

4. La probabilité $P(X > 2)$ est égale à ... :

Il s'agit de calculer ici : $P(X > 2)$, avec $X \rightsquigarrow B(50\,;\,8,2\%)$.

En effet, la variable aléatoire discrète X qui associe à chaque lot de " n " machines le nombre de machines défectueuses dans ce lot, suit **une loi binomiale** de paramètres : $n = 50$ et $P = 8,2\%$.

Et nous pouvons noter : $X \rightsquigarrow B(50\,;\,8,2\%)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k, $0 \leqslant k \leqslant n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est :

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec : } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}.$$

$P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2)$

$\approx 0,789$ (calculatrice).

Ainsi: $P(X > 2) \approx 0,789$ cad $P(X > 2) \approx 78,9\%$.

5. La plus grande valeur possible pour " n " est égale à...

Pour répondre à cette question, nous devons résoudre l'inéquation:

$$P(X = 0) > 0,4, \text{ avec } X \rightsquigarrow B(n; 8,2\%).$$

$$P(X = 0) > 0,4 \iff \binom{n}{0} (8,2\%)^0 (1 - 8,2\%)^n > 0,4$$

$$\iff (91,8\%)^n > 0,4$$

$$\iff n \ln(91,8\%) > \ln(0,4)$$

$$\iff n < \frac{\ln(0,4)}{\ln(91,8\%)} \text{ cad } n \leq 10 \text{ machines.}$$

Ainsi, la plus grande valeur possible pour " n " est: $n = 10$.