

www.freemaths.fr

BACCALAURÉAT MATHÉMATIQUES

SUJET 2

CORRIGÉ
EXERCICE

1



CENTRES ÉTRANGERS 1

2023

Questionnaire à Choix Multiple

RÉPONSES

B

D

D

C

B

1. Sur \mathbb{R} , $f(x) = x e^x$ et une primitive F de f sur \mathbb{R} est...

Ici: • $f(x) = x e^x$

• $\mathcal{D}f = \mathbb{R}$.

f est définie et continue sur \mathbb{R} .

Elle admet donc une primitive sur \mathbb{R} cad une fonction F dérivable sur \mathbb{R} telle que: $F' = f$.

Une primitive f sur \mathbb{R} est: $F(x) = (x - 1) e^x$.

En effet pour tout $x \in \mathbb{R}$, nous avons bien:

$$F'(x) = (1) \times (e^x) + (x - 1) \times (e^x)$$

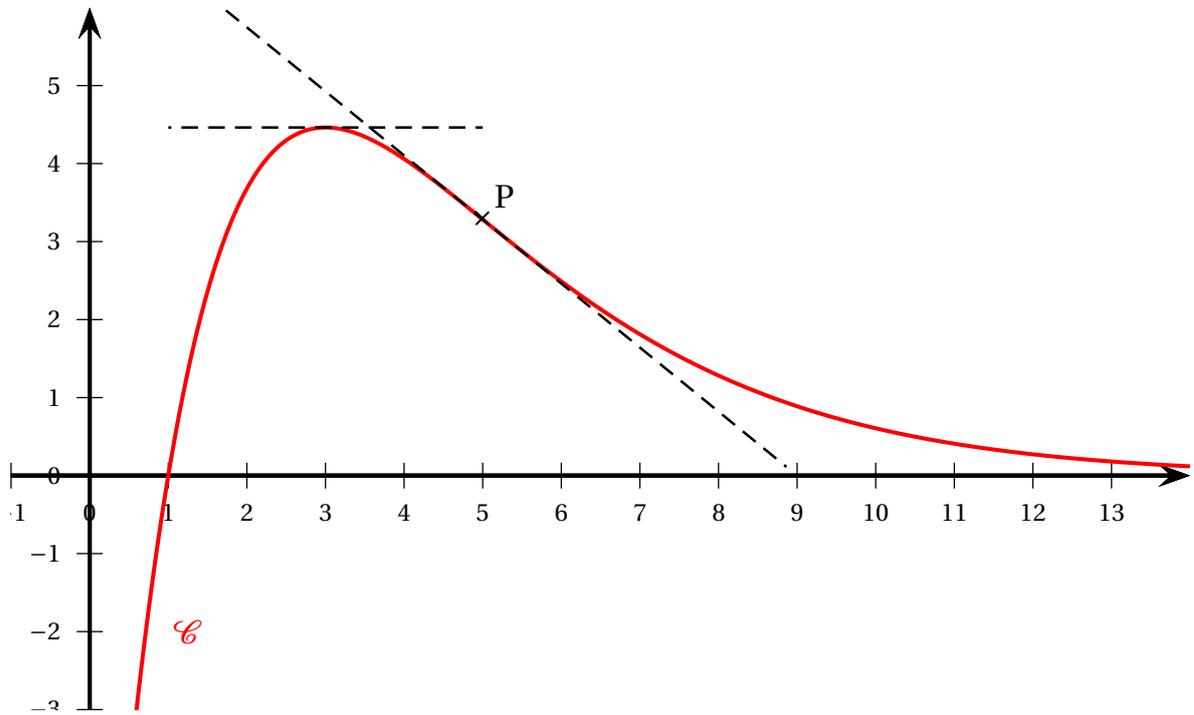
$$= x e^x$$

$$= f(x).$$

f admet donc comme primitive, la fonction F avec: $F(x) = (x - 1) e^x$.

2. f est définie et deux fois dérivable sur $]0; +\infty[$ et f & f' ...

Ici, nous avons le graphique suivant:



Au vu du graphique, nous pouvons dire que:

- \mathcal{C}_f est la courbe représentative de la fonction f
 - $f(x) < 0$ sur $]0; 1[$
 - $f(x) > 0$ sur $]1; +\infty[$.
- Le point $A(3; f(3))$ correspond au maximum de f sur \mathbb{R}
 - sur $]0; 3]$, $f'(x) \geq 0$
 - sur $[3; +\infty[$, $f'(x) \leq 0$.
- Le point $P(5; f(5))$ est l'unique point d'inflexion de \mathcal{C}_f
 - sur $]0; 5[$, $f''(x) < 0$

- sur $]5; +\infty[$, $f''(x) > 0$.

Donc pour tout $x \in]5; +\infty[$: $f(x)$ et $f''(x)$ sont de même signe.

3. Sur $[0; +\infty[$, $g(t) = \frac{a}{b + e^{-t}}$ avec $a = \dots$ et $b = \dots$

D'après l'énoncé: • $g(t) = \frac{a}{b + e^{-t}}$

- $\mathcal{D}g = [0; +\infty[$

- $g(0) = 2$

- $\lim_{t \rightarrow +\infty} g(t) = 3$.

D'où: • $g(0) = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{b+1} = 2$ cad $a - 2b = 2$ (1).

- $\lim_{t \rightarrow +\infty} g(t) = 3 \Leftrightarrow \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{a}{b + e^{-t}} = 3$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{b} = 3 \quad \left(\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-t} = 0 \right)$$

cad $a - 3b = 0$ (2).

Déterminer "a" et "b" revient donc à résoudre le système suivant:

$$\begin{cases} (1) \\ (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 2b = 2 \\ a - 3b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 2 \end{cases}.$$

Ainsi pour tout $x \in [0; +\infty[$: $g(t) = \frac{6}{2 + e^{-t}}$.

4. La probabilité qu'Alice ait choisi l'urne B est...

D'après l'énoncé: • $P(A) = P(B)$;

• l'urne A contient 2 boules vertes (V) et 2 boules rouges (R);

• l'urne B contient 3 boules vertes (V) et 1 boule rouge (R).

Dans ces conditions: • $P(A) = \frac{1}{2}$

• $P(B) = \frac{1}{2}$

• $P_A(V) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

• $P_A(R) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

• $P_B(V) = \frac{3}{4} = 0,75$

• $P_B(R) = \frac{1}{4} = 0,25$.

Ici, il s'agit de calculer: $P_V(B)$.

$$P_V(B) = \frac{P_B(V) \times P(B)}{P_A(V) \times P(A) + P_B(V) \times P(B)} = \frac{\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}} = \frac{3}{5}$$

La probabilité d'être dans l'urne B sachant que la boule tirée est verte

est donc de: $\frac{3}{5}$.

5. Le script Python qui permet de calculer la somme S est...

Ici: • $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}$.

Le script qui permet de calculer S est:

```
def somme_b() :  
    S = 0  
    for k in range(100) :  
        S = S + 1/(k + 1)  
    return S
```