www.freemaths.fr

BACCALAURÉAT
MATHÉMATIQUES

SUJET 1

CORRIGÉ EXERCICE 3

2023

Questionnaire à Choix Multiple

RÉPONSES a a b c d

1. Une primitive F de f est définie par...

Une primitive F de f sur IR est : $F(x) = 1 + xe^x$.

En effet, pour tout $x \in IR$: $F'(x) = 1 \times e^x + xe^x$

$= f(x)$.

2. Les droites (d_1) et (d_2) sont...

Les représentations paramétriques des droites (d_1) et (d_2) sont :

$$(d_1) \begin{cases} x = 2 + r \\ y = 1 + r \\ z = -r \end{cases}, r \in IR \qquad (d_2) \begin{cases} x = 1 - s \\ y = -1 + s \\ z = 2 - s \end{cases}, s \in IR.$$

Pour répondre à la question, nous allons résoudre le système :

$$\begin{cases} 2 + r = 1 - s \quad (1) \\ 1 + r = -1 + s \quad (2) \\ -r = 2 - s \quad (3) \end{cases}.$$

$$\begin{cases} 2+r=1-s \\ 1+r=-1+s \\ -r=2-s \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} 1=2-2s \quad (1)-(2) \\ 1+r=-1+s \\ r=-2+s \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} 2s=1 \\ 1+r=-1+s \\ r=-2+\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} s=\frac{1}{2} \\ 1+r=-1+s\ ? \quad \text{OUI} \quad \text{car } -\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}. \\ r=-\frac{3}{2} \end{cases}$$

D'où, les droites (d_1) et (d_2) ont le point I comme point d'intersection avec:

$$\begin{cases} x_I=2+\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{1}{2} \\ y_I=1+\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{1}{2} \\ z_I=-\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{3}{2} \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x_I=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2} \\ y_I=-1+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2} \\ z_I=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2} \end{cases}.$$

(avec r) (avec s)

Au total, les droites (d_1) et (d_2) sont sécantes en $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

3. La droite Δ est...

(P) a pour équation cartésienne: $2x - y + z - 1 = 0$. ($\vec{n}$ (2;-1;1))

Une représentation paramétrique de la droite (Δ) est: $\begin{cases} x = 2 + u \\ y = 4 + u \\ z = 1 - u \end{cases}$, $u \in \mathbb{R}$.

Un vecteur directeur de la droite (Δ) est donc: $\vec{u}$ (1; 1; -1).

Les vecteurs $\vec{n}$ et $\vec{u}$ sont orthogonaux car:

$$\vec{n}.\vec{u} = (2 \times 1) + ((-1) \times 1) + (1 \times (-1)) = 0.$$

Ainsi, le plan (P) et la droite (Δ) sont parallèles.

Notons que: le point A (2; 4; 1) $\in$ (Δ)

et: A $\in$ (P) **car** $2 \times 2 - 4 + 1 - 1 = 0$.

Comme le plan (P) et la droite (D) sont parallèles et qu'ils ont en commun le point A: la droite (Δ) est inclus dans le plan (P).

4. Les plans (P_1) et (P_2) sont...

Étape 1: **(P_1) et (P_2) sont-ils sécants ?**

Pour répondre à cette question, nous allons résoudre le système:

$$\begin{cases} x - 2y + z + 1 = 0 & (1) \\ 2x + y + z - 6 = 0 & (2) \end{cases}.$$

$$\begin{cases} x - 2y + z + 1 = 0 \\ 2x + y + z - 6 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x - 2y + z + 1 = 0 \\ x + 3y = 7 \quad (2) - (1) \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} (7 - 3y) - 2(y) + z + 1 = 0 \\ x = 7 - 3y \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} x = 7 - 3t \\ y = t \\ z = -8 + 5t \end{cases}, \ t \in \mathbb{R}.$$

Comme le système admet une solution, les plans (P_1) et (P_2) sont sécants.

Étape 2: (P_1) et (P_2) sont-ils perpendiculaires ?

Un vecteur normal au plan (P_1) est: $\vec{n_1}\,(1; -2; 1)$.

Un vecteur normal au plan (P_2) est: $\vec{n_2}\,(2; 1; 1)$.

Les vecteurs normaux $\vec{n_1}$ et $\vec{n_2}$ ne sont pas orthogonaux car:

$$(1 \times 2) + ((-2) \times 1) + (1 \times 1) = 1 \neq 0.$$

Donc les plan (P_1) et (P_2) sont non perpendiculaires.

Au total, les plans (P_1) et (P_2) sont: sécants et non perpendiculaires.

5. La mesure α de l'angle $\widehat{FEG}$ vérifie ...

Pour répondre à cette question, nous allons déterminer l'angle $\widehat{FEG}$ noté α.

L'angle α est tel que: $\cos(\alpha) = \frac{\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{EG}}{EF \cdot EG}$ (cours)

$$\Longleftrightarrow \cos(\alpha) = \frac{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}}{\sqrt{9} \cdot \sqrt{25}}$$

$$\Longleftrightarrow \cos(\alpha) = \frac{5}{3 \cdot 5} = \frac{1}{3}$$

cad $\alpha \approx 71°$.

Ainsi la mesure α de l'angle $\widehat{FEG}$ est égale à: $71°$.