www.freemaths.fr

BACCALAURÉAT
MATHÉMATIQUES

SUJET 2

CORRIGÉ EXERCICE 1

POLYNÉSIE

2022

Questionnaire à Choix Multiple

RÉPONSES A C D C B D

1. Sur $]0;+\infty[$, $f(x) = x\ln(x) - x + 1$ et sa dérivée f' est...

Ici: • $f(x) = x\ln(x) - x + 1$ $\quad$ (U x V + W)

• $\mathcal{D}f =]0;+\infty[$.

D'après l'énoncé f est dérivable sur $]0;+\infty[$.

Dans ces conditions, nous pouvons calculer f' pour tout $x \in]0;+\infty[$.

Pour tout $x \in]0;+\infty[$: $f'(x) = (1) \times (\ln(x)) + (x) \times \left(\frac{1}{x}\right) - 1$

(U' x V + U x V' + W')

$= \ln(x) + 1 - 1$

$= \ln(x)$.

Ainsi pour tout $x \in]0;+\infty[$: $f'(x) = \ln(x)$.

2. Sur $]0;+\infty[$, $g(x) = x^2[1 - \ln(x)]$ et $\lim\limits_{x \to 0^+} g(x) = ...$

Ici: • $g(x) = x^2[1 - \ln(x)]$

• $\mathcal{D}g =]0;+\infty[$.

Pour tout $x \in]0;+\infty[$, nous pouvons écrire: $g(x) = x^2 - x^2 \ln(x)$.

$$\lim_{x \to 0^+} g(x) = \lim_{x \to 0^+} x^2 - x^2 \ln(x).$$

Or d'après le cours:
- $\lim_{x \to 0^+} x^2 = 0$
- $\lim_{x \to 0^+} x^2 \ln(x) = 0$ (Croissances Comparées).

Dans ces conditions: $\lim_{x \to 0^+} g(x) = 0 - 0 = 0$.

3. Sur $\mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 0,9x^2 - 0,1x$ et $f(x) = 0$ admet...

Ici:
- $f(x) = x^3 - 0,9x^2 - 0,1x$
- $\mathcal{D}f = \mathbb{R}$.

$f(x) = 0 \iff x^3 - 0,9x^2 - 0,1x = 0$

$\iff x(x^2 - 0,9x - 0,1) = 0$.

Soit l'équation: $x^2 - 0,9x - 0,1 = 0$. $(ax^2 + bx + c = 0)$

Calcul du discriminant:

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-0,9)^2 - 4 \times (1) \times (-0,1)$

$= 0,121 > 0$.

Les solutions ?

Comme $\Delta > 0$, l'équation admet deux solutions distinctes:

- $x_1 = \dfrac{0,9 - \sqrt{0,121}}{2} = a$

- $x_2 = \dfrac{0,9 + \sqrt{0,121}}{2} = b.$

Au total, l'équation $f(x) = 0$ admet: **3 solutions a, b et 0.**

4. Une primitive K de la fonction k définie sur IR est...

Ici: • H est une primitive d'une fonction h définie sur IR

• $k(x) = h(2x)$, pour tout $x \in IR$.

La fonction k est définie et continue sur IR.

Elle admet donc une primitive sur IR cad une fonction K dérivable sur IR telle que: **K' = k.**

Une primitive de k sur IR est: $K(x) = \dfrac{1}{2} H(2x).$

En effet pour tout $x \in IR$, nous avons bien:

$$K'(x) = \left(\frac{1}{2} H(2x)\right)'$$

$$= \frac{1}{2} \times [H'(2x) \times (2x)']$$

$$= \frac{1}{2} \times [h(2x) \times 2]$$

$$= h(2x)$$

$$= k(x).$$

Au total, une primitive K de k définie sur IR est: $\frac{1}{2}H(2x)$.

5. L'équation réduite de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse " 1 " est...

L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point A $(1; f(1))$ s'écrit:

$$y = f'(x_A) \times (x - x_A) + f(x_A)$$

cad: $y = f'(1) \times (x - 1) + f(1)$.

Or ici:
- $f(x) = x e^x$, pour tout $x \in IR$,
- $f'(x) = (1 \times e^x) + (x \times e^x) = e^x (1 + x)$, pour tout $x \in IR$,
- $f(1) = e$,
- $f'(1) = 2e$.

Dans ces conditions: $y = 2e \times (x - 1) + e$

cad: $y = (2e) \times x - e$.

L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point A $(1; e)$ est donc: $y = (2e)x - e$.

6. Les nombres entiers " n " solutions de $(0,2)^n < 0,001$ sont tels que...

$(0,2)^n < 0,001 \iff n \times \ln(0,2) < \ln(0,001)$

$\iff n > \dfrac{\ln(0,001)}{\ln(0,2)}$ (car: $\ln(0,2) < 0$)

$\iff n > 4,29$ cad: $n \geq 5$, car $n \in IN$.

Les nombres " n " solutions de l'inéquation sont donc tels que: $n \geq 5$.