www.freemaths.fr

BACCALAURÉAT
MATHÉMATIQUES

SUJET 2

CORRIGÉ EXERCICE 1

CENTRES ÉTRANGERS 1
2024

LE SAC ET LES JETONS

CORRECTION

1. Déterminons le nombre de tirages possibles:

D'après l'énoncé:
- le sac contient 8 jetons numérotés de 1 à 8

$$(\text{Card}\,(E) = 8)$$

- le joueur a recours à 3 tirages avec remise
- tirage = " liste ordonnée des trois numéros obtenus. "

D'après le cours, le nombre de tirages possibles et donc:

$$\text{Card}\,(E)^3 = 8^3.$$

Ainsi le nombre de tirages possibles est de: 512.

2. a. Déterminons le nombre de tirages sans répétition de numéro:

Souhaiter un tirage sans répétition de numéro **revient à effectuer un tirage sans remise** (un numéro déjà choisi ne peut pas être choisi à nouveau), et donc un triplet ordonné d'éléments choisis dans un ensemble qui diminue.

Dans ces conditions, le nombre de tirages possibles sans répétition de numéro est égal à: $\dfrac{8!}{(8-3)!} = 336$.

2. b. Déduisons-en le nombre de tirages contenant au moins une répétition de numéro:

Le nombre de tirages contenant **au moins** une répétition de numéro est égal à: [nombre de tirages possibles]
- [nombre de tirages contenant au moins une répétition de numéro]

$= 512 - 336$

$= 176$.

D'où le nombre de tirages possibles contenant au moins une répétition de numéro est égal à: 176.

3. Établissons la loi de probabilité de la variable aléatoire X_1:

X_1 est la variable aléatoire égale au numéro du premier jeton pioché.

• Les valeurs que peut prendre la variable aléatoire X_1 sont:

$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$.

Ainsi, $X_1(\Omega)$ l'ensemble des valeurs que peut prendre X_1 est:

$$X_1(\Omega) = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}.$$

• Et nous avons: $P(X_1 = 1) = P(X_1 = 2) = \ldots = P(X_1 = 8) = \dfrac{1}{8}$.

(équiprobabilité)

La loi de probabilité de X_1 est donc:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
$P(X_1 = x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

4. Déterminons l'espérance de la variable aléatoire X_1:

Ici: $$E(X_1) = \left(\frac{1}{8} \times 1\right) + \left(\frac{1}{8} \times 2\right) + \left(\frac{1}{8} \times 3\right) + \left(\frac{1}{8} \times 4\right) + \left(\frac{1}{8} \times 5\right) + \left(\frac{1}{8} \times 6\right) + \left(\frac{1}{8} \times 7\right) + \left(\frac{1}{8} \times 8\right)$$

$$= \frac{1}{8} \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8)$$

$$= 4,5.$$

Ainsi: $E(X_1) = 4,5$.

5. Déterminons $E(S)$:

$S = X_1 + X_2 + X_3$, les variables aléatoires X_i étant indépendantes et de même loi de probabilité.

Dans ces conditions, nous avons: $$E(S) = E(X_1 + X_2 + X_3)$$

$$= E(X_1) + E(X_2) + E(X_3)$$

$$= 4,5 + 4,5 + 4,5$$

$$= 13,5.$$

Ainsi: $E(S) = 13,5$.

6. Calculons $P(S = 24)$:

$P(S = 24) = P([X_1 = 8] \cap [X_2 = 8] \cap [X_3 = 8])$

$= P$ (tirer " 8 " au premier tirage, tirer " 8 " au second tirage, tirer " 8 " au troisième tirage)

$= \frac{1}{8} \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{8}$, car X_1, X_2 et X_3 sont indépendantes

$= \frac{1}{8^3}$.

Ainsi: $P(S = 24) = \frac{1}{512}$.

7. a. Montrons qu'il existe exactement 10 tirages permettant de gagner le lot:

Un joueur **gagne un lot** s'il obtient une somme supérieure ou égale à 22, à l'issue d'un " tirage " (liste ordonnée des trois numéros obtenus).

Or **supérieure ou égale à 22** signifie: 22, 23, 24.

• La somme est égale à 24:

Un seul tirage permet d'obtenir une somme égale à 24: $(8 ; 8 ; 8)$.

• La somme est égale à 23:

Trois tirages permettent d'obtenir une somme égale à 23:

$(7 ; 8 ; 8)$, $(8 ; 7 ; 8)$, $(8 ; 8 ; 7)$.

• La somme est égale à 22:

Six tirages permettent d'obtenir une somme égale à 22:

$(6;8;8), (8;6;8), (8;8;6)$

$(8;7;7), (7;8;7), (7;7;8)$.

Au total, il existe bien exactement 10 tirages (1 + 3 + 6) permettant au joueur de gagner le lot.

7. b. **Déduisons-en la probabilité de gagner un lot**:

Les **512** tirages possibles ont chacun comme probabilité $\frac{1}{512}$ car ils sont **équiprobables**.

Or, il existe **10 tirages** permettent au joueur de gagner le lot.

Donc la probabilité de gagner un lot est de: $10 \times \frac{1}{512} = \frac{5}{256}$.