www.freemaths.fr

BACCALAURÉAT
MATHÉMATIQUES

SUJET 1

CORRIGÉ EXERCICE 1

POLYNÉSIE
2023

VÉLO & LOISIRS

CORRECTION

PARTIE A

1. Calculons la probabilité que la personne interrogée ait moins de 35 ans et utilise son vélo dans ses déplacements professionnels:

Cela revient à calculer: $P(J \cap T)$.

Pour répondre à cette question, nous allons nous appuyer sur un arbre pondéré.

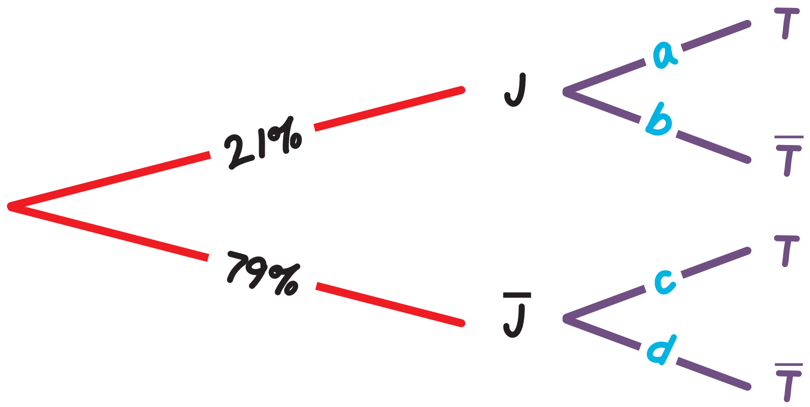
D'après l'énoncé, nous avons:

- J = " la personne a moins de 35 ans. "
- $\overline{J}$ = " la personne a plus de 35 ans. "
- T = " la personne utilise le vélo dans ses déplacements professionnels. "
- $\overline{T}$ = " la personne utilise le vélo pour ses loisirs ".
- $P(J) = 21\%$
- $P(\overline{J}) = 1 - 21\% = 79\%$.

- $P_J(T) = 1 - 68\% = 32\%$
- $P_J(\overline{T}) = 68\%.$

- $P_{\overline{J}}(T) = 20\%$
- $P_{\overline{J}}(\overline{T}) = 1 - 20\% = 80\%.$

D'où l'arbre de probabilités complété est le suivant:



, avec:
- $a = 32\%$
- $b = 68\%$
- $c = 20\%$
- $d = 80\%$

.

Dans ces conditions: $P(J \cap T) = P_J(T) \times P(J)$

$= 32\% \times 21\%$

$= \mathbf{6,72\%}.$

Ainsi, 6,72% des personnes interrogées ont moins de 35 ans et utilisent leur vélo dans leurs déplacements professionnels.

2. Calculons P (T):

Ici, il s'agit de calculer: $\mathbf{P(T)}$.

L'événement $T = (T \cap J) \cup (T \cap \overline{J})$.

D'après la formule des **probabilités totales**:

$$\mathbf{P(T)} = P(T \cap J) + P(T \cap \overline{J})$$

$$= P(J \cap T) + P_{\overline{J}}(T) \times P(\overline{J})$$

$$= 6,72\% + 20\% \times 79\%$$

$$= 22,52\%.$$

Ainsi, la probabilité que la personne interrogée utilise son vélo dans ses déplacements professionnels est de: 22, 52%.

3. Montrons que $P_T(J) = 0,30$, à 10^{-2} près:

Calculer la probabilité que l'habitant ait moins de 35 ans sachant qu'il utilise son vélo dans ses déplacements revient à déterminer: $P_T(J)$

$$P_T(J) = \frac{P(T \cap J)}{P(T)}$$

$$= \frac{P_J(T) \times P(J)}{P(T)}$$

$$= \frac{32\% \times 21\%}{22,52\%}$$

$$\approx 0,30 \text{ à } 10^{-2} \text{ près.}$$

Ainsi, nous avons bien: $P_T(J) \approx 0,30$, à 10^{-2} près.

PARTIE B

1. Déterminons la nature et les paramètres de la loi suivie par X:

Soit l'expérience aléatoire consistant à **sélectionner au hasard, parmi les habitants utilisant leur vélo dans leurs déplacements professionnels, un échantillon de 120 personnes auxquelles on va soumettre un questionnaire supplémentaire**: on assimile la sélection de cet échantillon à un tirage avec remise.

Soient les événements **A** = " la personne utilise le vélo dans ses déplacements pros ", et $\overline{\mathbf{A}}$ = " la personne n'utilise pas le vélo dans ses déplacements pros ".

On désigne par **X** le nombre de personnes de l'échantillon ayant moins de 35 ans, **le questionnaire consistant à demander à chaque individu son âge**.

Cette expérience est un schéma de Bernoulli.

Nous sommes en présence de 120 épreuves aléatoires identiques et indépendantes, avec à chaque fois 2 issues possibles: **A** et $\overline{\mathbf{A}}$.

La variable aléatoire discrète **X** représentant le nombre de réalisations de **A** suit donc **une loi binomiale** de paramètres: $n = 120$ **et** $p = 30\%$.

Et nous pouvons noter: $X \rightsquigarrow B\,(120\,;30\%)$.

2. Calculons la probabilité qu'au moins 50 utilisateurs de vélo parmi les 120 aient moins de 35 ans:

Il s'agit de calculer ici: $P\,(X \geqslant 50)$, avec $X \rightsquigarrow B\,(120\,;30\%)$.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.

Pour tout entier k, $0 \leqslant k \leqslant n$, la probabilité d'obtenir k succès sur n épreuves indépendantes (ou avec remise) est:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1 - p)^{(n-k)}, \text{ avec: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}.$$

Or: $P(X \geqslant 50) = 1 - P(X < 50)$

$= 1 - P(X \leqslant 49)$

$\approx 0{,}0044$ (calculatrice).

Au total, la probabilité qu'au moins 50 utilisateurs de vélo parmi les 120 personnes, aient moins de 35 ans est d'environ: 0, 44%.