Spé Maths
Terminale

Arbres Pondérés

CORRIGÉ DE L'EXERCICE

LE LOGICIEL ANTI-SPAM

CORRECTION

1. Calculons $P(S \cap D)$:

D'après l'énoncé, nous avons:

- D = " le message est déplacé ".
- S = " le message est un spam ".

- $P(D) = 58,6\%$
- $P(\overline{D}) = 1 - 58,6\% = 41,4\%$

($58,6\% + 41,4\% = 1$).

- $P(S) = 60\%$
- $P(\overline{S}) = 1 - 60\% = 40\%$

($60\% + 40\% = 1$).

- $P_S(D) = 95\%$
- $P_S(\overline{D}) = 1 - 95\% = 5\%$

($95\% + 5\% = 1$).

Nous devons calculer: $P(S \cap D)$.

$P(S \cap D) = P_S(D) \times P(S)$.

Ainsi: $P(S \cap D) = 0,57$.

Au total: $P(S \cap D) = 57\%$.

2. Montrons que $P_{\overline{S}}(D) = 0,04$:

Nous devons calculer: $P_{\overline{S}}(D)$.

$$P_{\overline{S}}(D) = \frac{P(\overline{S} \cap D)}{P(\overline{S})}$$

$$= \frac{P(D) - P(S \cap D)}{P(\overline{S})}.$$

Ainsi: $P_{\overline{S}}(D) = 0,04$.

Au total, nous avons bien: $P_{\overline{S}}(D) = 4\%$.

3. Calculons $P_{\overline{D}}(S)$:

Nous devons calculer: $P_{\overline{D}}(S)$.

$$P_{\overline{D}}(S) = \frac{P(\overline{D} \cap S)}{P(\overline{D})}$$

$$= \frac{P(S) - P(S \cap D)}{P(\overline{D})}.$$

Ainsi: $P_{\overline{D}}(S) \approx 0,072$.

Au total: $P_{\overline{D}}(S) \approx 7,2\%$.

4. Ces résultats remettent-ils en cause l'affirmation du fabricant ?

Ici, nous avons: • $n = 231$

• $p = 2,7\%$

$\bullet f = \dfrac{13}{231} \Rightarrow f \approx 5,6\%.$

Dans ces conditions:

$n = 231 \geq 30$, $n \cdot p \approx 6,24 \geq 5$ et $n \cdot (1 - p) \approx 224,76 \geq 5$.

Les conditions sont donc réunies.

Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95% s'écrit:

$$I = \left[p - 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} ; p + 1,96 \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right],$$

cad: $I = \left[2,7\% - 1,96 \times \sqrt{\dfrac{2,7\% \times 97,3\%}{231}} ; 2,7\% + 1,96 \times \sqrt{\dfrac{2,7\% \times 97,3\%}{231}} \right].$

A l'aide d'une machine à calculer, on trouve: $I \approx [\, 0,6\% \,;\, 4,8\% \,]$.

Or la fréquence " f ", sur l'échantillon, est telle que: $f \approx 5,6\% \notin I$.

Ainsi, ***oui*** les résultats remettent en cause l'affirmation du fabricant.