

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Fonction logarithme : $\ln(x)$



CORRIGÉ DE L'EXERCICE

CORRECTION

1. Résolvons $\ln(-6x^2 + 5x) = 0$:

• $\ln(-6x^2 + 5x)$ existe ssi $-6x^2 + 5x > 0 \Leftrightarrow x(-6x + 5) > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \text{ et } -6x + 5 > 0 \\ \text{ou} \\ x < 0 \text{ et } -6x + 5 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \text{ et } x < \frac{5}{6} \\ \text{ou} \\ x < 0 \text{ et } x > \frac{5}{6} \end{cases}$$

cad $0 < x < \frac{5}{6}$.

• Nous pouvons donc résoudre l'équation $\ln(-6x^2 + 5x) = 0$ sur $\left] 0; \frac{5}{6} \right[$:

$$\ln(-6x^2 + 5x) = 0 \Leftrightarrow -6x^2 + 5x = e^0$$

$$\Leftrightarrow -6x^2 + 5x - 1 = 0.$$

Soit l'équation: $-6x^2 + 5x - 1 = 0$.

$$\Delta = 1 > 0.$$

Comme $\Delta > 0$, l'équation $-6x^2 + 5x - 1 = 0$ admet deux solutions distinctes:

$$\bullet x_1 = \frac{-5 - 1}{-12} = \frac{1}{2} \in \left] 0; \frac{5}{6} \right[$$

$$\bullet x_2 = \frac{-5 + 1}{-12} = \frac{1}{3} \in \left] 0; \frac{5}{6} \right[.$$

Ainsi, l'équation $\ln(-6x^2 + 5x) = 0$ admet deux solutions: $x = \frac{1}{2}$ et $x = \frac{1}{3}$.

2. Résolvons $\ln(3x^2 + 2x) = 0$:

$$\bullet \ln(3x^2 + 2x) \text{ existe ssi } 3x^2 + 2x > 0 \iff x(3x + 2) > 0$$

$$\iff \begin{cases} x > 0 \text{ et } 3x + 2 > 0 \\ \text{ou} \\ x < 0 \text{ et } 3x + 2 < 0 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} x > 0 \text{ et } x > -\frac{2}{3} \\ \text{ou} \\ x < 0 \text{ et } x < -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\text{cad } x \in I = \left] -\infty; -\frac{2}{3} \right[\cup \left] 0; +\infty \right[.$$

- Nous pouvons donc résoudre l'équation $\ln(3x^2 + 2x) = 0$ sur I :

$$\ln(3x^2 + 2x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 2x = e^0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 2x - 1 = 0.$$

Soit l'équation: $3x^2 + 2x - 1 = 0$.

$$\Delta = 16 > 0.$$

Comme $\Delta > 0$, l'équation $3x^2 + 2x - 1 = 0$ admet deux solutions distinctes:

$$\bullet x_1 = \frac{-2 - 4}{6} = -1 \in I$$

$$\bullet x_2 = \frac{-2 + 4}{6} = \frac{1}{3} \in I.$$

Ainsi, l'équation $\ln(3x^2 + 2x) = 0$ admet deux solutions: $x = -1$ et $x = \frac{1}{3}$.