

www.freemaths.fr

Spé Maths

Terminale

Parité d'une fonction, Symétrie



MINI COURS

A. Fonction paire :

1. Définition :

Soit f une fonction définie sur une partie E de \mathbb{R} .

Si $x \in E$ et $-x \in E$, f est paire ssi : $f(-x) = f(x)$.

2. Exemple :

Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^2 - 15$.

Ici, nous avons : $x \in \mathbb{R}$ et $-x \in \mathbb{R}$.

Dans ces conditions : $f(-x) = (-x)^2 - 15$

$$= x^2 - 15$$

$$= f(x).$$

Ainsi, la fonction f est paire.

3. Conséquence graphique d'une fonction paire :

La courbe représentative est **symétrique par rapport à l'axe Oy**.

B. Fonction impaire :

1. Définition :

Soit f une fonction définie sur une partie E de \mathbb{R} .

Si $x \in E$ et $-x \in E$, f est impaire ssi: $f(-x) = -f(x)$.

2. Exemple :

Soit f une fonction définie sur $[-2; 2]$ par: $f(x) = 3x^3$.

Ici, nous avons: $x \in [-2; 2]$ et $-x \in [-2; 2]$.

$$\begin{aligned} \text{Dans ces conditions: } f(-x) &= 3(-x)^3 \\ &= -(3x^3) \\ &= -f(x). \end{aligned}$$

Ainsi, la fonction f est **impaire**.

3. Conséquence graphique d'une fonction impaire :

La courbe représentative est symétrique par rapport à l'origine
cad **symétrique par rapport au point O (0; 0)**.

C. Centre de symétrie :

Soit f une fonction définie sur une partie E de \mathbb{R} .

S'il existe un point $A(a; b)$ tel que :

- pour tout $x \in E$, $x - a \in E$ et $x + a \in E$
- $f(a - x) + f(a + x) = 2b$,

alors le point A est le centre de symétrie de f .